Ejercicios resueltos

Economía de la Energía

Temas 1 a 7

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Índice general

Problema 1. Coste hundido, anualidad y punto de equilibrio (T1) 2
Problema 2. Competencia perfecta, cierre y entrada (T1–T2) 3
Problema 3. Monopolio con oferta escalonada (T3) 4
Problema 4. Discriminación de precios (T3) 4
Problema 5. Equilibrio en estrategias mixtas (T4) 5
Problema 6. Cournot con tres empresas y capacidad (T5) 6
Problema 7. Bertrand y Bertrand–Edgeworth (T5–T6) 6
Problema 8. Stackelberg frente a Cournot (T6) 7
Problema 9. Contratos a plazo: Allaz–Vila (T6) 7
Problema 10. Colusión sostenible en un juego repetido (T7) 8

Tabla de resultados **8**

Resumen

Diez problemas originales con el estilo de los del examen (mercado eléctrico con demanda lineal, centrales con coste marginal constante y capacidad limitada). Los datos son inventados y todas las cifras se han calculado con un script de Python. Primero se plantea el método y después se resuelve paso a paso.

Problema 1. Coste hundido, anualidad y punto de equilibrio (T1)

Enunciado

Un ciclo combinado de 400 MW costó 280 M€ y tiene 25 años de vida. Su coste variable es 55 €/MWh y su O&M fijo 20 k€/MW/año.

a) En una hora concreta el precio es 60 €/MWh. ¿Debe producir? ¿Y si fuese 50 €/MWh?

b) Calcula la anualidad de la inversión sin intereses y con una tasa del 7 %.

c) Con un precio medio de 72 €/MWh en las horas en que funciona, ¿cuántas horas al año necesita para recuperar todos sus costes fijos (tasa del 7 %)?

a) La inversión ya está hecha: es un coste hundido. En la decisión horaria solo cuenta el coste variable.

$$p = 60 > c = 55 \;\Rightarrow\; \text{produce, margen } 5\,€/\text{MWh}$$

$$p = 50 < c = 55 \;\Rightarrow\; \text{no produce (perdería } 5\,€/\text{MWh)}$$

b)

$$A_0 = \frac{280}{25} = 11{,}2\,\text{M€/año} = 28\,000\,€/\text{MW/año}$$

$$f = \frac{0{,}07}{1 - 1{,}07^{-25}} = 0{,}08581 \qquad A_{7\%} = 280 \cdot 0{,}08581 = \boxed{24{,}03\,\text{M€/año}}$$

Por MW: $24{,}03 \cdot 10^6 / 400 = 60\,067\,€/\text{MW/año}$. La tasa de descuento duplica de sobra el coste anual.

c) Coste fijo total por MW: $F = 60067 + 20000 = 80\,067\,€/\text{MW/año}$. Con margen $72 - 55 = 17\,€/\text{MWh}$:

$$h^* = \frac{80067}{17} = \boxed{4710\ \text{h/año}}$$

Es más de la mitad del año: un ciclo combinado que funcione solo en punta no recupera su inversión con ese margen.

Problema 2. Competencia perfecta, cierre y entrada (T1–T2)

Enunciado

En una hora representativa (que se repite las 8760 h del año) compiten cuatro centrales:

Central	Capacidad (MW)	CMg (€/MWh)	O&M fijo (k€/MW/año)	Anualidad (k€/MW/año)
A	6000	10	25	180
B	5000	35	15	95
C	9000	48	12	160
D	4000	90	8	40

La demanda es $p = 200 - q/150$ (€/MWh, MW). Calcula el precio y la producción en competencia perfecta y decide qué centrales siguen abiertas y cuáles se construirían.

Se prueba qué escalón marca el precio ($q = 150(200 - c)$):

$$c_A = 10 \Rightarrow q = 28\,500 > 6000 \qquad \text{no}$$

$$c_B = 35 \Rightarrow q = 24\,750 > 11\,000 \qquad \text{no}$$

$$c_C = 48 \Rightarrow q = 22\,800 > 20\,000 \qquad \text{no}$$

$$c_D = 90 \Rightarrow q = 16\,500 < 20\,000 \qquad \text{no (D no entraría)}$$

Ningún escalón cruza: la demanda corta el tramo vertical al final de C. Precio de escasez:

$$q = 20\,000 \text{ MW}, \qquad p = 200 - \frac{20\,000}{150} = \boxed{66{,}67\ €/\text{MWh}}$$

A, B y C a plena carga; D no produce.

Margen anual por MW, $(p - c) \cdot 8760$:

	Margen (k€/MW/año)	¿> O&M? (abierta)	¿> O&M + anualidad? (construir)
A	496,4	sí	sí (> 205)
B	277,4	sí	sí (> 110)
C	163,5	sí	no (< 172)
D	0	no	no

C debe seguir abierta (cubre su O&M fijo) pero nadie la construiría hoy: su inversión ya es hundida. D cierra.

Problema 3. Monopolio con oferta escalonada (T3)

Enunciado

Demanda $p = 180 - q/200$. Una sola empresa posee tres centrales: A (7000 MW, 12 €/MWh), B (9000 MW, 40 €/MWh) y C (8000 MW, 46 €/MWh). Compara competencia perfecta y monopolio y calcula la pérdida de eficiencia.

Competencia perfecta.

Con $c = 12$, 40 y 46 la demanda sería 33 600, 28 000 y 26 800 MW, siempre por encima de lo que cabe; precio de escasez con toda la capacidad:

$$q_C = 24\,000 \text{ MW}, \qquad p_C = 180 - \frac{24\,000}{200} = 60 \text{ €/MWh}.$$

Monopolio: $IMg = 180 - q/100$.

$$IMg = 12 \Rightarrow q = 16\,800 > 7000 \qquad \text{no}$$

$$IMg = 40 \Rightarrow q = 14\,000 \in [7000, 16\,000] \qquad \text{sí}$$

$$q_M = 14\,000 \text{ MW}, \qquad p_M = 180 - \frac{14\,000}{200} = \underline{110 \text{ €/MWh}}$$

$$\Pi_M = 110 \cdot 14\,000 - 12 \cdot 7000 - 40 \cdot 7000 = \underline{1176 \text{ k€/h}}$$

Pérdida de eficiencia: área entre demanda y coste marginal de q_M a q_C.

$$DWL = \int_{14000}^{16000} \left(180 - \tfrac{q}{200} - 40\right) dq + \int_{16000}^{24000} \left(180 - \tfrac{q}{200} - 46\right) dq = \underline{402 \text{ k€/h}}$$

El excedente del consumidor cae de 1440 k€/h a 490 k€/h; el productor pasa de 628 k€/h a 1176 k€/h.

Problema 4. Discriminación de precios (T3)

Enunciado

Un comercializador con coste marginal constante de 30 €/MWh vende a dos segmentos separables: industrial $p_1 = 150 - q_1/100$ y doméstico $p_2 = 250 - q_2/50$. ¿Cuánto gana discriminando frente a un precio único?

Con discriminación, $IMg_i = CMg$ en cada segmento:

$$150 - \tfrac{q_1}{50} = 30 \Rightarrow q_1 = 6000, \; p_1 = 90 \text{ €/MWh}$$

$$250 - \tfrac{q_2}{25} = 30 \Rightarrow q_2 = 5500, \; p_2 = 140 \text{ €/MWh}$$

$$\Pi_{disc} = 60 \cdot 6000 + 110 \cdot 5500 = \boxed{965\,\text{k€}}$$

Precio único.

Para $p < 150$ compran los dos: $Q = 100(150 - p) + 50(250 - p) = 27\,500 - 150p$, es decir $p = (27\,500 - Q)/150$.

$$IMg = \frac{27\,500 - 2Q}{150} = 30 \;\Rightarrow\; Q = 11\,500, \quad p = 106{,}67\,€/\text{MWh}, \quad \Pi = 881{,}7\,\text{k€}$$

Vender solo al doméstico a 140 €/MWh daría 605 k€, menos. Ganancia por discriminar: $\boxed{83{,}3\,\text{k€}}$. Si separar los productos costase más que eso, no compensaría.

Problema 5. Equilibrio en estrategias mixtas (T4)

Enunciado

Una eléctrica establecida (F) decide reservar capacidad Alta o Baja; un entrante (C) decide Entrar o No entrar. Pagos (F, C):

	Entrar	No entrar
Alta	$(-2, -1)$	$(6, 0)$
Baja	$(2, 3)$	$(4, 0)$

Busca los equilibrios de Nash.

Mejores respuestas:

si C entra, F prefiere Baja ($2 > -2$); si no entra, Alta ($6 > 4$). Si F elige Alta, C prefiere No entrar ($0 > -1$); si Baja, Entrar ($3 > 0$). Ninguna celda tiene las dos marcas: no hay equilibrio en estrategias puras.

Mixtas.

Sea $x = P(\text{F juega Alta})$ e $y = P(\text{C entra})$. x hace indiferente a C:

$$-1 \cdot x + 3(1 - x) = 0 \;\Rightarrow\; x = \boxed{3/4}$$

y hace indiferente a F:

$$-2y + 6(1 - y) = 2y + 4(1 - y) \;\Rightarrow\; y = \boxed{1/3}$$

Pagos esperados: F obtiene 10/3 y C obtiene 0 (lo mismo que si no entrase).

Problema 6. Cournot con tres empresas y capacidad (T5)

> **Enunciado**
>
> Demanda $p = 300 - Q/40$. Tres generadores con coste marginal constante: A 30 €/MWh (4000 MW), B 20 €/MWh (2500 MW) y C 50 €/MWh (5000 MW). Calcula el equilibrio de Cournot y compáralo con competencia perfecta.

CPO de cada empresa ($p = c_i + q_i/40$) junto con la demanda:

$$p = 30 + \tfrac{q_A}{40}, \quad p = 20 + \tfrac{q_B}{40}, \quad p = 50 + \tfrac{q_C}{40}, \quad p = 300 - \tfrac{q_A+q_B+q_C}{40}$$

Sumando las tres primeras: $3p - 100 = 300 - p$, así que $p = 100$, $q_A = 2800$, $q_B = 3200$ y $q_C = 2000$. Pero $q_B = 3200 > 2500$: B satura.

Se fija $q_B = 2500$ y se resuelve con A y C:

$$2p - 80 = 300 - \tfrac{2500}{40} - p \;\Rightarrow\; p = \underline{105{,}83\ €/\text{MWh}}, \quad q_A = 3033,\ q_C = 2233$$

Beneficios: A 230,0 k€/h, B 214,6 k€/h, C 124,7 k€/h.

Competencia perfecta:

orden B–A–C; con $p = 50$ la demanda es 10 000 MW, entre 6500 y 11 500: marca C, $p = 50$ €/MWh. El oligopolio duplica el precio y retiene producción de las centrales baratas.

Problema 7. Bertrand y Bertrand–Edgeworth (T5–T6)

> **Enunciado**
>
> Dos generadores con costes 40 y 46 €/MWh atienden una demanda inelástica de 900 MW con precio máximo 180 €/MWh. a) Sin límites de capacidad. b) Si cada uno tiene 600 MW.

a) Bertrand: la empresa 1 ofrece justo por debajo de 46 y se queda toda la demanda: $p \approx 46$ €/MWh, $\Pi_1 = (46 - 40) \cdot 900 = 5{,}4$ k€/h.

b) Ninguna puede cubrir sola los 900 MW: la que oferte más caro atiende la demanda residual de 300 MW y puede cobrar el máximo. Ir alto da a la empresa 1 $(180 - 40) \cdot 300 = 42$ k€/h. Rebajar al precio p y vender 600 compensa si

$$(p - 40) \cdot 600 \;\geq\; 42000 \;\Rightarrow\; p \;\geq\; 110\ €/\text{MWh}$$

Para la empresa 2 el umbral es $p \geq 113$ €/MWh. Ninguna quiere quedarse abajo mucho tiempo: no hay equilibrio puro y el precio oscila entre unos 110 €/MWh y el máximo (ciclos de Edgeworth). Limitar la capacidad elimina la paradoja de Bertrand.

Problema 8. Stackelberg frente a Cournot (T6)

Enunciado

Duopolio con $p = 200 - (q_1 + q_2)/50$ y coste marginal 20 €/MWh para ambos. Compara Cournot con Stackelberg (líder la empresa 1).

Reacción del seguidor:

$\max_{q_2} (200 - \frac{q_1+q_2}{50} - 20)\, q_2 \Rightarrow q_2 = 4500 - q_1/2.$

El líder sustituye la reacción en su beneficio:

$$\Pi_1 = \Big(200 - \tfrac{q_1+4500-q_1/2}{50} - 20\Big) q_1 = (90 - \tfrac{q_1}{100})\, q_1 \;\Rightarrow\; q_1 = 4500,\; q_2 = 2250$$

$$p = \underline{65\ €/\text{MWh}}\,, \qquad \Pi_1 = 202{,}5\ \text{k€/h}, \qquad \Pi_2 = 101{,}25\ \text{k€/h}$$

Cournot:

$q_1 = q_2 = 3000$, $p = 80$ €/MWh, $\Pi_i = 180$ k€/h. El líder gana más que en Cournot y el seguidor menos; el precio baja.

Problema 9. Contratos a plazo: Allaz–Vila (T6)

Enunciado

Mismo duopolio que el problema 8. Antes del mercado de contado cada empresa puede vender contratos a plazo f_i (sin arbitraje, el precio a plazo es igual al de contado esperado). Calcula los contratos, el precio y los beneficios.

Etapa 2 (contado).

Solo la energía no contratada cobra el precio de contado:

$$p - \tfrac{1}{50}(q_i - f_i) = 20 \qquad (i = 1, 2)$$

Etapa 1.

Con las cantidades de la etapa 2 en función de f_1, f_2, cada empresa maximiza $(p - 20)\, q_i$ respecto a su f_i. El resultado simétrico es

$$f_1 = f_2 = \underline{1800\ \text{MW}}\,, \qquad q_1 = q_2 = 3600, \qquad p = \underline{56\ €/\text{MWh}}\,, \qquad \Pi_i = 129{,}6\ \text{k€/h}$$

Frente a Cournot (80 €/MWh, 180 k€/h) el precio baja y las dos ganan menos: firmar contratos es individualmente racional pero colectivamente malo para ellas (dilema del prisionero). Por eso los mercados a plazo aumentan la competencia.

Problema 10. Colusión sostenible en un juego repetido (T7)

Enunciado

Mismo duopolio. Las empresas pactan producir la cantidad de monopolio a medias y amenazan con volver a Cournot para siempre si alguien se desvía. ¿Qué factor de descuento mínimo hace sostenible la colusión?

Colusión:

monopolio con $IMg = 180 - q/25 = 0$ sobre el margen, $Q_M = 4500$, $p = 110\,€/\text{MWh}$, $\Pi_C = 202{,}5\,\text{k€/h}$ cada una.

Desvío:

si la otra produce 2250, la mejor respuesta es $q = 4500 - 2250/2 = 3375$:

$$p = 200 - \tfrac{3375+2250}{50} = 87{,}5\,€/\text{MWh}, \qquad \Pi_D = 67{,}5 \cdot 3375 = 227{,}8\,\text{k€/h}$$

Castigo:

Cournot, $\Pi_N = 180\,\text{k€/h}$.

$$\delta \geq \frac{\Pi_D - \Pi_C}{\Pi_D - \Pi_N} = \frac{227{,}8 - 202{,}5}{227{,}8 - 180} = \frac{9}{17} = \boxed{0{,}529}$$

Lectura alternativa: la traición gana 25,3 k€ una vez y cada periodo de castigo cuesta 22,5 k€; basta con que el castigo dure más de 1,125 periodos para que no compense.

Tabla de resultados

Problema	Tema	Resultado principal
1	T1	Anualidad 24,03 M€/año; 4710 h/año de equilibrio
2	T2	$p = 66{,}67\,€/\text{MWh}$ (escasez); C abierta pero no se construiría
3	T3	Monopolio $p = 110$, $q = 14\,000$; pérdida 402 k€/h
4	T3	Discriminar gana 83,3 k€ más que precio único
5	T4	Mixtas $x = 3/4$, $y = 1/3$
6	T5	Cournot con B saturada: $p = 105{,}83\,€/\text{MWh}$
7	T5–6	Bertrand $p \approx 46$; con capacidades, ciclos entre 110 y 180
8	T6	Stackelberg $p = 65$ frente a Cournot $p = 80$
9	T6	Allaz–Vila: $f = 1800$, $p = 56\,€/\text{MWh}$
10	T7	Colusión sostenible si $\delta \geq 0{,}529$