Resoluciones paso a paso

Energy Storage

Tema 4: Volantes de inercia y supercondensadores

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Problema 1 – Volante de acero

Un volante macizo de acero ($\rho = 7800\,\text{kg/m}^3$, $\nu = 0{,}3$) tiene $m = 500\,\text{kg}$, radio $r = 0{,}5\,\text{m}$ y velocidad periférica $v_r = 300\,\text{m/s}$. Calcule I, ω (rad/s y rpm), la energía almacenada y la tensión máxima en el centro.

$I = \frac{1}{2}mr^2 = 0{,}5 \cdot 500 \cdot 0{,}5^2 = \boxed{62{,}5\,\text{kg m}^2}$; $\omega = v_r/r = 300/0{,}5 = \boxed{600\,\text{rad/s}} = \boxed{5730\,\text{rpm}}$.

$E = \frac{1}{2}I\omega^2 = 0{,}5 \cdot 62{,}5 \cdot 600^2 = 11{,}25\,\text{MJ} = \boxed{3{,}125\,\text{kWh}}$ (comprobación: $\frac{1}{4}mv_r^2 = \frac{1}{4} \cdot 500 \cdot 300^2$).

$\sigma_{max} = \frac{1}{8}\rho v_r^2(3+\nu) = \frac{1}{8} \cdot 7800 \cdot 300^2 \cdot 3{,}3 = \boxed{290\,\text{MPa}}$.

Problema 2 – Límite de densidad de energía

Para un cilindro macizo ($K = 0{,}25$, $\nu = 0{,}3$) de acero con $\sigma_{max} = 800\,\text{MPa}$ y $\rho = 7800\,\text{kg/m}^3$, calcule la velocidad periférica máxima y la energía específica máxima en kJ/kg y Wh/kg.

$$v_{max}^2 = \frac{8}{3+\nu}\frac{\sigma_{max}}{\rho} = \frac{8}{3{,}3} \cdot \frac{800 \cdot 10^6}{7800} = 2{,}486 \cdot 10^5 \Rightarrow v_{max} = \boxed{499\,\text{m/s}}.$$

$K_s = K \cdot \dfrac{8}{3+\nu} = 0{,}25 \cdot 2{,}424 = 0{,}606$ y $E_m = K_s\sigma_{max}/\rho = \boxed{62{,}2\,\text{kJ/kg}} = \boxed{17{,}3\,\text{Wh/kg}}$.

Problema 3 – Supercondensador

Un supercondensador tiene $C = 3000\,\text{F}$, $V = 2{,}7\,\text{V}$ y resistencia equivalente de descarga $R_p = 0{,}5\,\text{m}\Omega$. Calcule la energía almacenada, la potencia máxima y la energía utilizable si se descarga hasta $V/2$.

$E = \frac{1}{2}CV^2 = 0{,}5 \cdot 3000 \cdot 2{,}7^2 = 10\,935\,\text{J} = \boxed{3{,}04\,\text{Wh}}$.

$$P_{max} = \frac{V^2}{4R_p} = \frac{2{,}7^2}{4 \cdot 0{,}0005} = \boxed{3{,}65\,\text{kW}}.$$

Descarga hasta $V/2$: $E_u = \frac{1}{2}C(V^2 - V^2/4) = \frac{3}{4}E = \boxed{2{,}28\,\text{Wh}}$ (el 25 % restante queda sin usar).

Problema 4 – Descarga de un volante

El volante del problema 1 entrega 100 kW durante 15 s (sin pérdidas). Calcule la energía entregada, la velocidad angular final (rad/s y rpm) y la caída porcentual de velocidad.

$E_{ent} = 100\,000 \cdot 15 = \boxed{1{,}5\,\text{MJ}}$. $E_f = 11{,}25 - 1{,}5 = 9{,}75\,\text{MJ}$.

$\omega_f = \omega\sqrt{E_f/E} = 600\sqrt{0{,}8667} = \boxed{558{,}6\,\text{rad/s}} = \boxed{5334\,\text{rpm}}$. Caída: $1 - 0{,}931 = \boxed{6{,}9\,\%}$.

Problema 5 – Asociación en serie

Se conectan $N = 6$ supercondensadores del problema 3 ($C = 3000\,\text{F}$, 2,7 V, ESR $= 0{,}5\,\text{m}\Omega$ cada uno). Calcule C_{tot}, V_{tot}, ESR total, la energía almacenada y la potencia máxima.

$C_{tot} = 3000/6 = \boxed{500\,\text{F}}$; $V_{tot} = 6 \cdot 2{,}7 = \boxed{16{,}2\,\text{V}}$; ESR $= 6 \cdot 0{,}5 = \boxed{3\,\text{m}\Omega}$.

$E = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 16{,}2^2 = 65\,610\,\text{J} = \boxed{18{,}2\,\text{Wh}}$ (igual a $6 \times 3{,}04\,\text{Wh}$).

$$P_{max} = \frac{16{,}2^2}{4 \cdot 0{,}003} = \boxed{21{,}9\,\text{kW}}$$ (seis veces la de una celda).

Problema 6 – Descarga a corriente constante

Un supercondensador del problema 3 se descarga a 100 A constantes desde 2,7 V hasta 1,35 V. Calcule la duración, la energía utilizable y el porcentaje disipado en la ESR.

$t = \dfrac{C(V_1 - V_2)}{I} = \dfrac{3000 \cdot 1{,}35}{100} = \boxed{40{,}5\,\text{s}}$.

$E_u = \frac{3}{4}E = 8201\,\text{J}$. Disipado en la ESR: $I^2 R\,t = 100^2 \cdot 0{,}0005 \cdot 40{,}5 = 202{,}5\,\text{J}$, es decir, $\boxed{2{,}5\,\%}$ de E_u.

Rendimiento de descarga $\approx 97{,}5\,\%$ (sin contar el convertidor).

Problema 7 – Volante de composite

Se diseña un volante de fibra de carbono ($\sigma_{max} = 1600\,\text{MPa}$, $\rho = 1600\,\text{kg/m}^3$, $K_s = 0{,}606$) con coeficiente de seguridad $S = 2$. Calcule la energía específica y la masa del rotor para 25 kWh y compárela con la del acero del problema 2.

$\sigma_{adm} = 1600/2 = 800\,\text{MPa}$; $E_m = K_s \dfrac{\sigma_{adm}}{\rho} = 0{,}606 \cdot \dfrac{800 \cdot 10^6}{1600} = 303\,\text{kJ/kg} = \boxed{84{,}2\,\text{Wh/kg}}$.

Masa: $m = \dfrac{25}{0{,}0842} = \boxed{297\,\text{kg}}$.

Acero (problema 2, sin S): 17,3 Wh/kg, es decir, 1445 kg para 25 kWh; con $S = 2$ serían 2890 kg. El composite es unas 5 a 10 veces más ligero.