Apuntes

Gestión Electrónica de la Energía Eléctrica

T1 – Conceptos básicos

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Versión v1.0

Índice general

1 Señales y valores asociados **2**
1.1 Qué se mide en una señal periódica . . . 2
1.2 Ejemplos resueltos . . . 3

2 Senoides y fasores **6**
2.1 La senoide y su representación compleja . . . 6
2.2 Ejemplos resueltos . . . 7

3 Respuesta en frecuencia y diagrama de Bode asintótico **9**
3.1 Función de transferencia y decibelios . . . 9
3.2 Términos elementales . . . 10
3.3 Ejemplos resueltos . . . 10

4 Impedancias RLC por el método gráfico **12**
4.1 Idea . . . 12
4.2 Ejemplo resuelto: serie RLC ($R > R_0$ y $R < R_0$) . . . 13
4.3 Ejemplo resuelto: paralelo y serie-paralelo . . . 14

5 Convertidor reductor básico **16**
5.1 Del regulador lineal al convertidor conmutado . . . 16
5.2 Superposición: punto de operación y pequeña señal . . . 17
5.3 Ejemplo resuelto . . . 17

6 Filtros EMI **19**
6.1 Compatibilidad electromagnética . . . 19
6.2 Efecto sobre el convertidor y amortiguamiento . . . 21
6.3 Ejemplos resueltos . . . 21

7 Repaso de control **23**
7.1 Lazo, sensibilidad y ancho de banda . . . 23
7.2 Ejemplos resueltos . . . 24

Resumen

Resumen original del Tema 1 de GEEE: señales y valores asociados (medio, eficaz, factores de forma y de cresta, espectro), fasores, respuesta en frecuencia y diagrama de Bode asintótico, impedancias RLC por el método gráfico, convertidor reductor básico, filtros EMI y repaso de control. Cada sección incluye un cuadro de fórmulas, ejemplos resueltos (cifras verificadas con `calc_GEEE_T1_apuntes.py`), errores típicos y un mini-test.

1 Señales y valores asociados

1.1 Qué se mide en una señal periódica

Una señal es *periódica* si $f(t) = f(t + nT)$ con $n \in \mathbb{Z}$; su frecuencia es $f = 1/T$. En electrónica de potencia casi todas las tensiones y corrientes son periódicas pero *no senoidales* (pulsos, triángulos, senoides recortadas), de modo que hay que saber extraer de ellas unos pocos números con significado físico:

- **Valor medio** U_{m} (componente continua): altura del rectángulo de base T con el mismo área que la señal. Es la tensión que ve un instrumento de continua y la que fija el balance de carga: un condensador sólo mantiene su tensión si $\langle i_C \rangle = 0$.
- **Componente alterna**: $u(t) - U_{\mathrm{m}}$, de valor medio nulo.
- **Valor eficaz** U_{ef}: la tensión continua que disipa en una resistencia la misma potencia media. Sirve para calcular pérdidas y calentamiento.
- **Factor de cresta** $F_C = U_{\max}/U_{\mathrm{ef}}$ y **factor de forma** $F_f = U_{\mathrm{ef}}/U_{\mathrm{m}}$ (con U_{m} en un semiperiodo si la señal es simétrica, como en la senoide).
- **Espectro**: la señal se descompone en continua, fundamental (a $f = 1/T$) y armónicos (nf); se suele representar el valor eficaz de cada componente.

Fórmulas clave

$$U_{\mathrm{m}} = \frac{1}{T}\int_0^T u\,dt, \qquad U_{\mathrm{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2\,dt}, \qquad P = \frac{U_{\mathrm{ef}}^2}{R} \ \text{(potencia media en } R\text{)}$$

$$U_{\mathrm{ef}}^2 = U_{\mathrm{m}}^2 + U_{\mathrm{ca,ef}}^2 \quad \text{(la continua y la alterna son ortogonales)},$$

$$F_C = \frac{U_{\max}}{U_{\mathrm{ef}}}, \quad F_f = \frac{U_{\mathrm{ef}}}{U_{\mathrm{m}}}$$

$$\text{Senoide: } U_{\mathrm{ef}} = \frac{U_p}{\sqrt{2}}, \quad F_C = \sqrt{2}, \quad F_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11 \ (U_{\mathrm{m}} \text{ en medio periodo})$$

$$\text{Parseval: } U_{\mathrm{ef}}^2 = U_0^2 + \sum_{n\geq 1} U_{n,\mathrm{ef}}^2, \qquad \mathrm{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{n\geq 2} U_{n,\mathrm{ef}}^2}}{U_{1,\mathrm{ef}}}$$

Truco de cálculo

Para señales por tramos de valor constante o lineal no hace falta integrar: U_{ef}^2 es la *media ponderada por duración* de los valores de u^2 en cada tramo. Un tramo constante de valor a aporta $a^2\,t/T$; una rampa que va de 0 a a en un tiempo t aporta $\frac{a^2}{3}\,t/T$ (la media de u^2 en una rampa lineal es $a^2/3$).

1.2 Ejemplos resueltos

Ejemplo 1.1 – Pulso rectangular unidireccional

Una tensión vale $U_1 = 12\,\text{V}$ durante el 25 % del periodo y 0 el resto; se aplica a $R = 4\,\Omega$. Calcular U_{m}, U_{ef}, F_f, F_C, la potencia media y el valor eficaz de la parte alterna.

Con $D = 0{,}25$:

$$U_{\text{m}} = DU_1 = \boxed{3\,\text{V}} \qquad U_{\text{ef}}^2 = DU_1^2 = 36\ \text{V}^2$$

$$U_{\text{ef}} = \boxed{6\,\text{V}} \qquad F_f = \frac{6}{3} = \boxed{2}$$

$$F_C = \frac{12}{6} = \boxed{2}$$

$$P = \frac{U_{\text{ef}}^2}{R} = \frac{36}{4} = \boxed{9\,\text{W}}$$

$$U_{\text{ca,ef}} = \sqrt{36 - 9} = \boxed{5{,}196\,\text{V}}$$

La potencia no es $U_{\text{m}}^2/R = 2{,}25\,\text{W}$, que sería la de la continua sola.

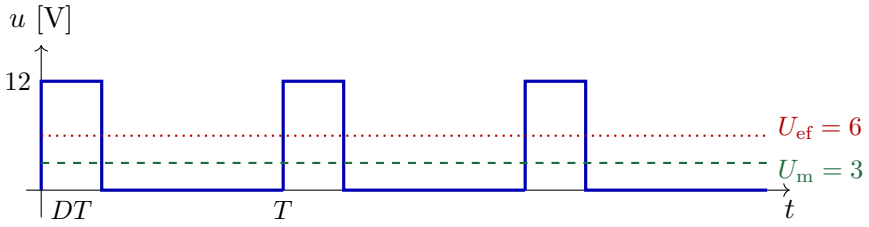


Figura 1. Pulso del ejemplo 1.1: la media (verde) es la mitad del eficaz (rojo).

Ejemplo 1.2 – Diente de sierra y senoide rectificada con retardo

(a) Diente de sierra $u = U_0\,t/T$ en $[0, T)$. (b) Onda completa $U_0|\sin\theta|$ en la que el rectificador conduce sólo de α a π en cada semiperiodo (control de fase), con $\alpha = 90°$.

(a) Diente de sierra:

$$U_{\mathrm{m}} = \frac{U_0}{2}$$

$$U_{\mathrm{ef}}^2 = \frac{U_0^2}{3}$$

$$U_{\mathrm{ef}} = \frac{U_0}{\sqrt{3}}$$

$$F_f = \frac{2}{\sqrt{3}} = \underline{1{,}155} \qquad\qquad F_C = \underline{\sqrt{3} = 1{,}732}$$

(b) Con periodo π (en θ):

$$U_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} U_0 \sin\theta \, d\theta = \frac{U_0}{\pi}(1 + \cos\alpha)$$

$$U_{\mathrm{ef}}^2 = \frac{U_0^2}{2\pi}\left[\pi - \alpha + \tfrac{1}{2}\sin 2\alpha\right]$$

Para $\alpha = \pi/2$:

$$U_{\mathrm{m}} = \underline{0{,}318\,U_0} \qquad\qquad U_{\mathrm{ef}} = \underline{U_0/2}$$

$$F_f = \underline{1{,}571} \qquad\qquad F_C = \underline{2}$$

Comprobación: para $\alpha = 0$ se recupera $U_{\mathrm{m}} = 2U_0/\pi$ y $U_{\mathrm{ef}} = U_0/\sqrt{2}$.

Ejemplo 1.3 – Espectro de una onda cuadrada y Parseval

Onda cuadrada simétrica $\pm A$ con $A = 1$. Armónicos eficaces: $U_{n,\mathrm{ef}} = \dfrac{4A}{n\pi\sqrt{2}}$ (sólo n impar). Obtener los primeros, comprobar Parseval y calcular la distorsión armónica total.

Armónicos eficaces:

$$U_{1,\mathrm{ef}} = 0{,}9003$$

$$U_{3,\mathrm{ef}} = 0{,}3001$$

$$U_{5,\mathrm{ef}} = 0{,}1801$$

$$U_{7,\mathrm{ef}} = 0{,}1286$$

$$U_{9,\mathrm{ef}} = 0{,}1000$$

Decrecen como $1/n$. El valor eficaz total es $A = 1$, de modo que $\sum U_{n,\text{ef}}^2 \to 1$ (con 10 000 armónicos se llega a 0,99998).

Distorsión armónica total:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{1 - 0{,}9003^2}}{0{,}9003} = \boxed{48{,}3\,\%}$$

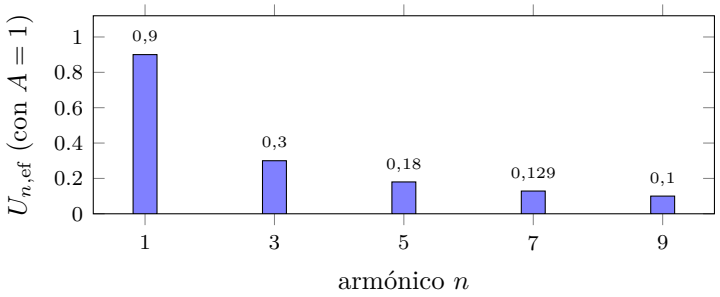


Figura 2. Espectro (valores eficaces) de la onda cuadrada ±1: sólo armónicos impares.

Ejemplo 1.4 – Condensador alimentado por pulsos de corriente

Un condensador $C = 47\,\mu\text{F}$ con $v(0) = 5\,\text{V}$ entrega una corriente $i_o = 8\,\text{A}$ (hacia la carga) durante $3\,\mu\text{s}$ de cada $T = 12\,\mu\text{s}$. Valor medio, eficaz y evolución de v.

Valores medio y eficaz de la corriente:

$$I_\text{m} = 8 \cdot 0{,}25 = \boxed{2\,\text{A}} \qquad I_\text{ef} = 8\sqrt{0{,}25} = \boxed{4\,\text{A}}$$

Como $i_C = C\,dv/dt$, cada pulso resta:

$$\Delta v = \frac{I\,t_{on}}{C} = \frac{8 \cdot 3}{47} = \boxed{0{,}511\,\text{V}}$$

Entre pulsos v queda constante: escalera $5 \to 4{,}489 \to 3{,}979 \to \ldots$ V. Como $\langle i_o \rangle \neq 0$, el condensador se descarga indefinidamente; sólo con $\langle i_o \rangle = 0$ la tensión sería periódica (diente de sierra de rizado pico a pico Δv).

Revisar

En la solución manuscrita del problema equivalente (GE3 P1) la corriente del caso de media nula se anota como "$I_{ef,B}^2 = \cdots = 4\,\text{A}$": el valor correcto es $I_{ef,B}^2 = 16\,\text{A}^2$, $I_{ef,B} = 4\,\text{A}$; y el tramo de subida de v_o dura de 2 a 10 µs (no "2 a 8"). Aquí se usan los valores corregidos.

Errores típicos

- Calcular U_{ef} como $U_{\text{m}} \cdot \pi/(2\sqrt{2})$ o $U_p/\sqrt{2}$ para una señal que *no* es una senoide pura.
- Usar la tensión media para calcular la potencia: $P = U_{\text{ef}}^2/R \geq U_{\text{m}}^2/R$, con igualdad sólo si la señal es continua.
- Olvidar que el ciclo de trabajo D entra *linealmente* en U_{m} pero con raíz en U_{ef} ($U_{\text{ef}} = U_1\sqrt{D}$).
- Integrar la corriente de un condensador sin comprobar antes que su media es nula en régimen permanente.

Mini-test. (1) Una onda cuadrada de $\pm 10\,\text{V}$ con $D = 50\,\%$ tiene $U_{\text{m}} = ?$ y $U_{\text{ef}} = ?$ (2) ¿Cuántos dB hay entre el fundamental y el 3.er armónico de una cuadrada? (3) Una señal tiene $U_{\text{m}} = 4\,\text{V}$ y $U_{\text{ef}} = 5\,\text{V}$: ¿cuánto vale su componente alterna eficaz? *Respuestas: (1) 0 V y 10 V; (2)* $20\log 3 = 9{,}5$ *dB; (3) 3 V.*

2 Senoides y fasores

2.1 La senoide y su representación compleja

La senoide $e(t) = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$ queda fijada por tres números: amplitud E_0, pulsación $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ y fase inicial φ. Es la señal natural de los sistemas lineales porque derivar, integrar o sumar senoides de la misma ω da otra senoide de esa ω: *en un circuito lineal con excitación senoidal todas las magnitudes son senoides de la misma frecuencia* y sólo cambian su amplitud y su fase. Para no resolver ecuaciones diferenciales se asocia a cada senoide un **fasor**, el vector giratorio congelado en $t = 0$, con módulo igual al valor *eficaz*:

$$a(t) = \sqrt{2}\,A\sin(\omega t + \varphi_0) \;\longleftrightarrow\; \overline{A} = A\,e^{j\varphi_0} = A\angle\varphi_0.$$

Se toma el *seno* como base: $\cos(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t + \varphi + 90°)$. Con fasores, derivar es multiplicar por $j\omega$ ($s \to j\omega$) e integrar es dividir por $j\omega$, y las leyes de Kirchhoff valen tal cual.

Fórmulas clave

$$\omega = 2\pi f, \quad U_{\text{ef}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad \overline{U} = U_{\text{ef}}\angle\varphi_u,$$

$$Z_R = R, \quad Z_L = j\omega L, \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C}\angle -90°$$

$$\overline{U} = Z\,\overline{I}, \qquad \varphi = \varphi_u - \varphi_i \;\; (\varphi > 0: \text{ corriente atrasada, carga inductiva})$$

$$P = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \cos\varphi, \quad Q = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \sin\varphi, \quad S = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}},$$

$$\text{FP} = \frac{P}{S} = \cos\varphi \;\; (\text{sólo si } u, i \text{ senoidales})$$

$$\text{Suma de senoides: } a_k = E_{0k}\sin\varphi_k, \quad b_k = E_{0k}\cos\varphi_k$$

$$E_{0T} = \sqrt{(\textstyle\sum a_k)^2 + (\sum b_k)^2}, \quad \varphi_T = \arctan\frac{\sum a_k}{\sum b_k}$$

2.2 Ejemplos resueltos

Ejemplo 2.1 – Suma de dos corrientes (nudo)

$i_1 = 14\sin(\omega t + 25°)$ A, $i_2 = 10\sin(\omega t - 65°)$ A, con $\omega = 100\pi$ rad/s. Hallar $i_1 + i_2$.

Coeficientes ($a = E_0 \sin\varphi$, $b = E_0 \cos\varphi$):

$$a_1 = 5{,}917$$
$$b_1 = 12{,}688$$
$$a_2 = -9{,}063$$
$$b_2 = 4{,}226$$

Suma:

$$a = -3{,}146$$
$$b = 16{,}914$$
$$E_{0T} = \sqrt{3{,}146^2 + 16{,}914^2} = \underline{17{,}20\,\text{A}}$$
$$\varphi_T = \arctan\frac{-3{,}146}{16{,}914} = \underline{-10{,}54°}$$

En fasores eficaces:

$$\overline{I}_1 = 9{,}899\angle 25°$$
$$\overline{I}_2 = 7{,}071\angle -65°$$
$$\overline{I}_1 + \overline{I}_2 = 12{,}17\angle -10{,}54°\ \text{A}$$

El pico es $12{,}17\sqrt{2} = 17{,}20\,\text{A}$. Como los fasores están a 90°, el módulo es la hipotenusa: $\sqrt{9{,}899^2 + 7{,}071^2} = 12{,}17$.

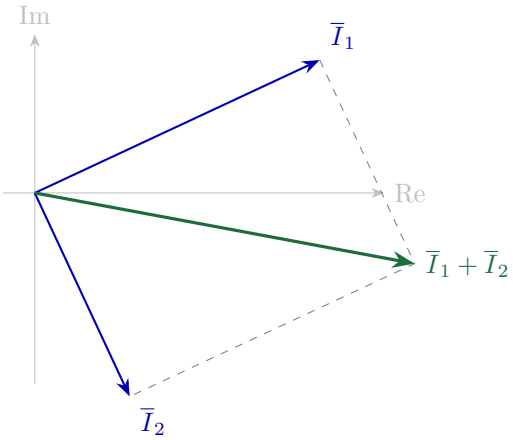


Figura 3. Suma fasorial del ejemplo 2.1 (regla del paralelogramo).

Ejemplo 2.2 – Carga RL serie a 50 Hz

$R = 3\,\Omega$, $\omega L = 4\,\Omega$ ($L = 12{,}7\,\text{mH}$), red de $230\,\text{V}$ eficaces con fase de referencia $0°$. Corriente, desfase, potencias y FP.

Impedancia y corriente:

$$Z = 3 + j4 = \underline{5\angle 53{,}13°\ \Omega}$$

$$\overline{I} = \frac{230\angle 0°}{5\angle 53{,}13°}$$

$$= \underline{46\angle -53{,}13°\ \text{A}} \qquad \text{(atrasada)}$$

Potencias y factor de potencia:

$$P = RI_{\text{ef}}^2 = 3 \cdot 46^2 = \underline{6348\,\text{W}} \qquad Q = \omega L\, I_{\text{ef}}^2 = 8464\,\text{var}$$

$$S = 230 \cdot 46 = 10\,580\,\text{VA}$$

$$\text{FP} = \cos 53{,}13° = \underline{0{,}6}\ \text{inductivo}$$

Revisar

En el ejemplo de suma de senoides por forma binómica de la fuente aparece “82,68” donde debe ser $a_1 = 240 \sin 20° = 82{,}08$ (el resultado final $389{,}99\sin(314t + 47{,}8°)$ sí corresponde a 82,08). Además la convención del desfase difiere entre apuntes: aquí $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ (positivo = carga inductiva), mientras que para una función de transferencia $G(j\omega)$ se mide *salida respecto a entrada* (negativo = retraso). No hay que mezclarlas.

Errores típicos

- Sumar valores *eficaces* o *módulos* de senoides desfasadas: hay que sumar fasores (complejos).
- Mezclar seno y coseno: $\cos(\omega t) \to \angle 90°$ si la base es el seno.
- Usar el módulo del fasor como valor de pico: es el *eficaz* (pico $= \sqrt{2}\times$).
- Aplicar FP $= \cos\varphi$ con corrientes no senoidales (rectificadores): entonces FP $= P/S$ incluye también la distorsión (se estudia en el tema de rectificadores).

Mini-test. (1) $u = 325\sin(100\pi t - 30°)$ V: ¿frecuencia, valor eficaz y fasor? (2) ¿Fasor de $i = 10\cos(\omega t)$? (3) Un condensador de 100 µF a 50 Hz: ¿Z_C? *Respuestas: (1) 50 Hz; 229,8 V;* $229{,}8\angle -30°$. *(2)* $7{,}07\angle 90°$. *(3)* $31{,}8\,\Omega\angle -90°$.

3 Respuesta en frecuencia y diagrama de Bode asintótico

3.1 Función de transferencia y decibelios

Si a un sistema lineal $G(s)$ se le aplica $x = X\sin\omega t$, la salida es $y = Y\sin(\omega t + \varphi)$ con $Y/X = |G(j\omega)|$ y $\varphi = \angle G(j\omega)$. Barrer ω da la *respuesta en frecuencia*. Como interesan varias décadas de frecuencia y de amplitud, se dibuja en escala logarítmica: ω en eje logarítmico (una *década* = factor 10) y el módulo en decibelios, de modo que productos de factores se convierten en sumas.

Decibelios

$$A_v|_{\text{dB}} = 20\log\frac{v_2}{v_1}, \quad A_i|_{\text{dB}} = 20\log\frac{i_2}{i_1}, \quad A_p|_{\text{dB}} = 10\log\frac{P_2}{P_1}; \qquad \log(ab) = \log a + \log b$$

Ganancia	0,01	0,1	0,5	1	2	10	1000
dB	−40	−20	−6	0	+6	+20	+60

Magnitudes con unidades: normalizar antes del logaritmo ($5\,\Omega \equiv 14$ dB , $60\,\text{dBµA} = 1\,\text{mA}$).

3.2 Términos elementales

Reglas de Bode (cada factor se suma en dB y en grados)

Factor	Módulo asintótico	Fase
Ganancia $K > 0$	$20 \log K$	$0°$
Polo en el origen ω_0/s	-20 dB/dec, 0 dB en ω_0	$-90°$
Cero en el origen s/ω_z	$+20$ dB/dec, 0 dB en ω_z	$+90°$
Polo simple $\dfrac{1}{1+s/\omega_p}$	0 dB, y -20 dB/dec desde ω_p	$0 \to -90°$ ($-45°$/dec entre $\omega_p/10$ y $10\omega_p$)
Cero simple $1+s/\omega_z$	0 dB, y $+20$ dB/dec desde ω_z	$0 \to +90°$ ($+45°$/dec)
Cero en semiplano derecho	$+20$ dB/dec	$0 \to -90°$ (como un polo)
Polo doble $\dfrac{1}{(1+s/\omega_p)^2}$	-40 dB/dec desde ω_p	$0 \to -180°$ ($-90°$/dec)

Valores reales en la frecuencia de corte (polo simple): -3 dB y $-45°$ en ω_p; error de 1 dB en $\omega_p/2$ y $2\omega_p$; 5,7° de error de fase en $\omega_p/10$ y $10\omega_p$. Polo doble real: -6 dB en ω_p.

Procedimiento de trazado. (1) Factorizar $G(s)$ en forma normalizada $K\,\dfrac{\prod(1+s/\omega_{zi})}{s^k\prod(1+s/\omega_{pi})}$. (2) Nivel de baja frecuencia: $|G(j0)| = K$ (o la recta K/ω^k si hay polos/ceros en el origen). (3) Ordenar las frecuencias de corte. (4) En cada corte, la pendiente cambia -20 dB/dec por polo y $+20$ por cero. (5) La fase suma los términos de cada factor, que se extienden una década a cada lado de su corte; en los tramos solapados se *suman las pendientes* de fase. (6) El nivel de los tramos horizontales se obtiene del cociente de las asíntotas dominantes, no hay que adivinarlo.

3.3 Ejemplos resueltos

Ejemplo 3.1 – Un cero entre dos polos

Trazar el Bode asintótico de $G(s) = \dfrac{50\,(1+s/400)}{(1+s/20)(1+s/8000)}$ (ω en rad/s).

Nivel inicial, hasta $\omega = 20$:

$$20 \log 50 = \boxed{33{,}98\ \text{dB}}$$

De 20 a 400 cae -20 dB/dec, luego en $\omega = 400$:

$$G_{400} = 33{,}98 - 20 \log \frac{400}{20} = 33{,}98 - 26{,}02 = \boxed{7{,}96\ \text{dB}}$$

Comprobación: $20 \log(50 \cdot 20/400) = 20 \log 2{,}5$.

De 400 a 8000 el cero compensa el polo (pendiente 0): plano a 7,96 dB. Desde 8000, −20 dB/dec. Fase (cada factor se extiende una década a cada lado de su corte): 0° hasta $\omega = 2$; −45°/dec de 2 a 40 (llega a −58,5°); meseta en −58,5° de 40 a 200 (la rampa del cero, que empieza en 40, compensa la del polo); +45°/dec de 200 a 800 (el polo de 20 ya terminó) hasta −31,5°; meseta de 800 a 4000 (cero y polo 8000 se compensan); y −45°/dec de 4000 a 80 000 hasta −90°. Los valores exactos comparados con las asíntotas:

ω	$\lvert G\rvert$ real	asíntota	$\angle G$ real	asíntota
20	30,98 dB	33,98 dB	−42,3°	−45°
400	10,95 dB	7,96 dB	−45,0°	−45°
8000	4,96 dB	7,96 dB	−47,7°	−45°

(El real en 20 es −3 dB por el polo y en 400 es +3 dB por el cero, en 8000 de nuevo −3 dB.)

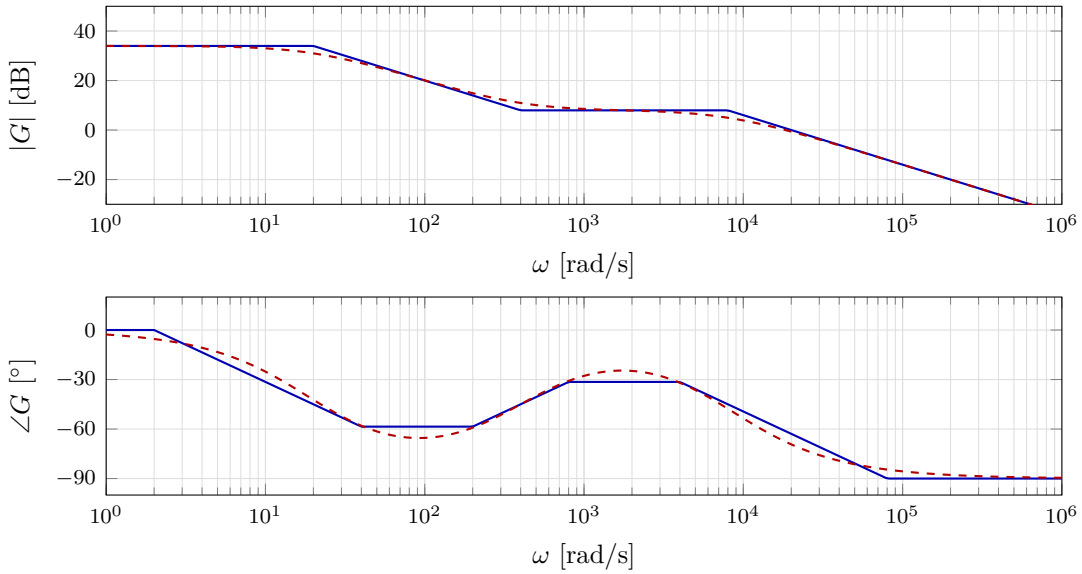


Figura 4. Ejemplo 3.1: módulo y fase de $G(s)$. Las pendientes de fase se suman donde las transiciones se solapan.

Ejemplo 3.2 – Leer una $G(s)$ de un Bode

Un Bode asintótico sube +20 dB/dec desde −20 dB en $\omega = 1$ rad/s, cambia a pendiente nula en $\omega = 100$ y a −40 dB/dec en $\omega = 5000$. Deducir $G(s)$.

Pendiente +20 un cero en el origen; cruza 0 dB en $\omega = 10$: $G \approx s/10$. En $\omega = 100$ la pendiente baja 20 un polo en 100. En $\omega = 5000$ baja 40 dos polos coincidentes. Resultado: $G(s) = \dfrac{s/10}{(1 + s/100)(1 + s/5000)^2}$. Nivel de la meseta: $20\log(100/10) = 20$ dB (coherente con la pendiente).

Polo doble complejo (segundo orden). Cuando el denominador es $1 + \dfrac{s}{Q\omega_0} + \dfrac{s^2}{\omega_0^2}$ (filtro LC con carga), las raíces son complejas si $Q > 1/2$ y el *doble polo entra a* ω_0 (no hay dos frecuencias de corte distintas). Módulo: 0 dB hasta ω_0 y −40 dB/dec después; en ω_0 la curva real vale exactamente Q, es decir un pico de $\lvert Q\rvert_{\text{dB}}$ respecto a las asíntotas; la fase pasa de 0° a −180°, de forma tanto más brusca cuanto mayor es Q (asíntota: salto en ω_0).

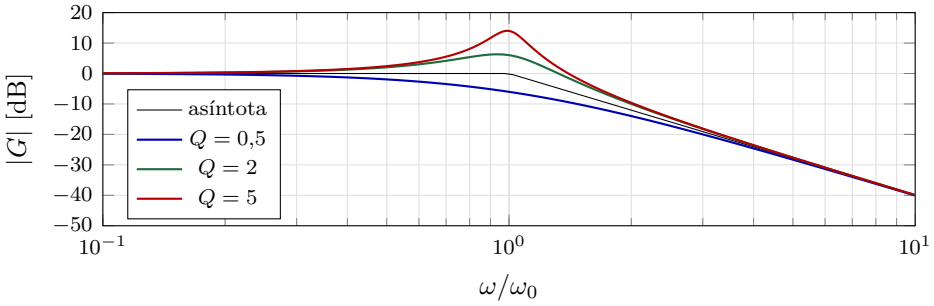


Figura 5. Polo doble complejo para distintos Q: en ω_0 el módulo real vale Q (-6, $+6$ y $+14$ dB).

Revisar

Erratas detectadas en las diapositivas y corregidas aquí: (i) la tabla de dB dice "$2 \to 20\log 2 = 3$ dB": son **6 dB** (3 dB corresponde a $10\log 2$, ganancia de *potencia*); (ii) la fase en $\omega_p/10$ se anota $-6°$, el valor exacto es $-5{,}7°$ ($\arctan 0{,}1$); (iii) el cero simple se escribe $-20\log(\omega/\omega_z) = \cdots + 20\log\omega$: el signo intermedio debe ser $+$; (iv) en el Ejemplo 2 del profesor, $G = \frac{s/2}{(1+s/10)(1+s/500)}$, el tramo plano vale $20\log 5 = 14$ dB y no 20 dB; (v) la tabla de "ensayo" del sistema de primer orden ($\omega = 1000 \to 0{,}001$) no corresponde exactamente a ningún polo único en 10 rad/s (daría 0,01): es sólo ilustrativa; (vi) el Ejemplo 1 tiene o no mesetas de fase según la separación entre a, b y c (ambos dibujos son correctos para relaciones distintas).

Errores típicos

- Dibujar el cambio de fase en la frecuencia de corte en vez de una década antes/después (el $-45°$ ocurre *en* ω_p, pero la rampa va de $\omega_p/10$ a $10\omega_p$).
- Confundir el nivel del tramo plano entre un cero y un polo con K: es el cociente de las asíntotas dominantes.
- Mezclar ω (rad/s) y f (Hz): $f = \omega/2\pi$.

Mini-test. (1) ¿Cuánto vale $|G|$ en dB de $1/(1 + s/100)$ a $\omega = 1000$ (asintótico y real)? (2) ¿Qué pendiente de módulo y qué fase tiene $1/s^2$? (3) Un filtro de dos polos con $Q = 10$: ¿pico en dB? *Respuestas: (1) -20 dB y $-20{,}04$ dB; (2) -40 dB/dec y $-180°$; (3) $+20$ dB.*

4 Impedancias RLC por el método gráfico

4.1 Idea

Dibujar $|Z(j\omega)|$ en dBΩ de una asociación de elementos no exige calcular nada complicado: cada elemento es una recta en el diagrama de Bode y la impedancia total sigue *la recta dominante*.

- R: recta horizontal en $20\log R$, fase $0°$.
- C: $|Z_C| = 1/\omega C$, recta de -20 dB/dec que cruza 0 dBΩ en $\omega = 1/C$; fase $-90°$.
- L: $|Z_L| = \omega L$, recta de $+20$ dB/dec que cruza 0 dBΩ en $\omega = 1/L$; fase $+90°$.

- **En serie domina el elemento de mayor impedancia; en paralelo, el de menor.** Los puntos de corte de las rectas son las frecuencias de cambio de pendiente.

Las dos rectas de L y C se cortan en $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, al nivel de la *impedancia característica* $R_0 = \sqrt{L/C}$. Comparar R con R_0 decide la forma de la curva.

Fórmulas clave

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad |Z_L(\omega_0)| = |Z_C(\omega_0)| = R_0$$

Serie RLC $Z = R + sL + \dfrac{1}{sC}$: si $R > R_0$, $|Z| \approx \dfrac{1}{\omega C} \to R \to \omega L$ con cortes $\omega_1 = \dfrac{1}{RC} < \omega_2 = \dfrac{R}{L}$ (fase $-90° \to 0° \to +90°$). Si $R < R_0$: las dos rectas se cortan en ω_0 y la curva real *baja* hasta R (muesca) con $Q = R_0/R$.
Paralelo RLC $Z = \left(\frac{1}{R} + sC + \frac{1}{sL}\right)^{-1}$: si $R < R_0$, $|Z| \approx \omega L \to R \to \dfrac{1}{\omega C}$ con cortes $\omega_1 = \dfrac{R}{L} < \omega_2 = \dfrac{1}{RC}$. Si $R > R_0$: pico en ω_0 de altura R con $Q = R/R_0$.
Serie-paralelo $Z_T = \left(\frac{1}{R+sL} + sC\right)^{-1}$: primero $R + sL$ (R hasta R/L, luego ωL); después $\| \, C$ (domina la menor).

4.2 Ejemplo resuelto: serie RLC ($R > R_0$ y $R < R_0$)

Ejemplo 4.1

$L = 2\,\text{mH}$, $C = 10\,\mu\text{F}$. (a) $R = 100\,\Omega$; (b) $R = 2\,\Omega$. Dibujar $|Z|$ y hallar la corriente con $v_e = 10\sin(\omega t)$ V en distintas zonas.

Comunes:

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 14{,}14\,\Omega = 23{,}0\ \text{dB}$$

$$\omega_0 = 7071\,\text{rad/s} \qquad (f_0 = 1125\,\text{Hz})$$

(a) $R = 100\,\Omega = 40\ \text{dB} > R_0$:

$$\omega_1 = \frac{1}{RC} = \underline{1000\,\text{rad/s}} \qquad (159\,\text{Hz})$$

$$\omega_2 = \frac{R}{L} = \underline{50\,000\,\text{rad/s}} \qquad (7{,}96\,\text{kHz})$$

Asíntota capacitiva hasta 1000, plana a 40 dBΩ hasta 50 000 y después inductiva.

- $\omega = 200\,\text{rad/s}$ (zona capacitiva): $|Z| = 509{,}5\,\Omega$ (asíntota $1/\omega C = 500\,\Omega$), $I_p = 19{,}6\,\text{mA}$ adelantada $78{,}7°$.

- En ω_0: $Z = R$, $I_p = 100\,\text{mA}$ en fase.
- $\omega = 2 \cdot 10^5$ rad/s: $|Z| = 411{,}8\,\Omega$ (asíntota $\omega L = 400\,\Omega$), $I_p = 24{,}3\,\text{mA}$ retrasada 75,9°.

(b) $R = 2\,\Omega = 6$ dB $< R_0$: no hay ω_1, ω_2 reales; la curva sigue $1/\omega C$ y ωL, que se cruzan en R_0 (23 dBΩ) en ω_0, y la **muesca real** baja hasta R:

$$Q = 7{,}07$$

$$\text{profundidad} = 20\log\frac{R_0}{R} = 20\log Q = \boxed{17{,}0\,\text{dB}}$$

- En ω_0 la corriente de pico es $10/2 = 5\,\text{A}$ (en fase).
- Fuera de la muesca es casi puramente reactiva: a $\omega = 1000$, $|Z| = 98{,}0\,\Omega$ con $\angle Z = -88{,}8°$, es decir $I_p = 102\,\text{mA}$ adelantada 88,8°.

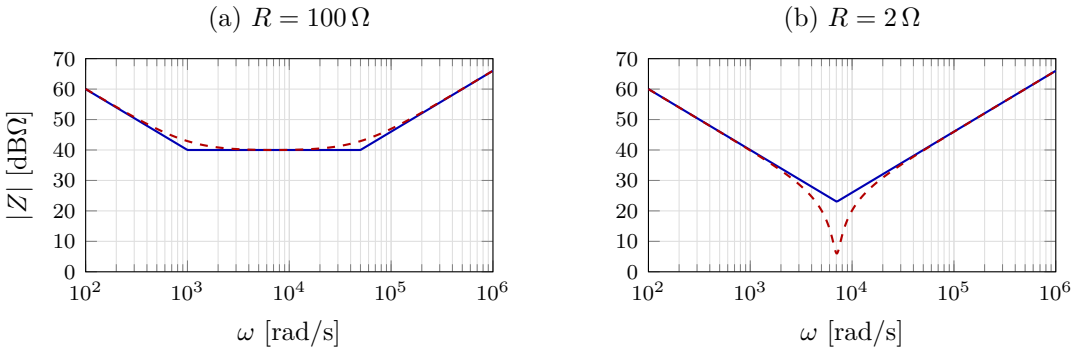


Figura 6. Impedancia serie RLC. Continuo: método gráfico (máximo de las tres rectas); discontinuo: módulo exacto.

4.3 Ejemplo resuelto: paralelo y serie-paralelo

Ejemplo 4.2

Con los mismos $L = 2\,\text{mH}$, $C = 10\,\mu\text{F}$: (a) $R \parallel L \parallel C$ con $R = 5\,\Omega$; (b) $(R + sL) \parallel C$ con $R = 100\,\Omega$.

(a) $R = 5 < R_0 = 14{,}14$: $|Z|$ sigue ωL hasta $\omega_1 = R/L = \boxed{2500\,\text{rad/s}}$, es plana en $5\,\Omega$ (14 dB) hasta $\omega_2 = 1/RC = \boxed{20\,000\,\text{rad/s}}$ y baja como $1/\omega C$. Fase $+90° \to 0° \to -90°$. El máximo real es R exactamente en ω_0. Si en cambio $R = 500\,\Omega$ ($> R_0$) aparece un pico de altura R ($Q = R/R_0 = 35$) en ω_0.
(b) $R = 100 > R_0$, así que $R + sL$ vale R hasta $R/L = 50\,000\,\text{rad/s}$, mientras que $|Z_C|$ ya vale R en $\omega_1 = 1/RC = \boxed{1000\,\text{rad/s}}$. En paralelo domina la menor: $|Z_T| = R$ hasta ω_1 y luego $1/\omega C$ (el ωL nunca llega a mandar). Equivale a un paso bajo $R/(1 + sRC)$; fase $0° \to -90°$. Exactos: $|Z_T|(1000) = 71{,}4\,\Omega$ (-3 dB, $-44{,}4°$), $|Z_T|(10^5) = 1{,}004\,\Omega$.

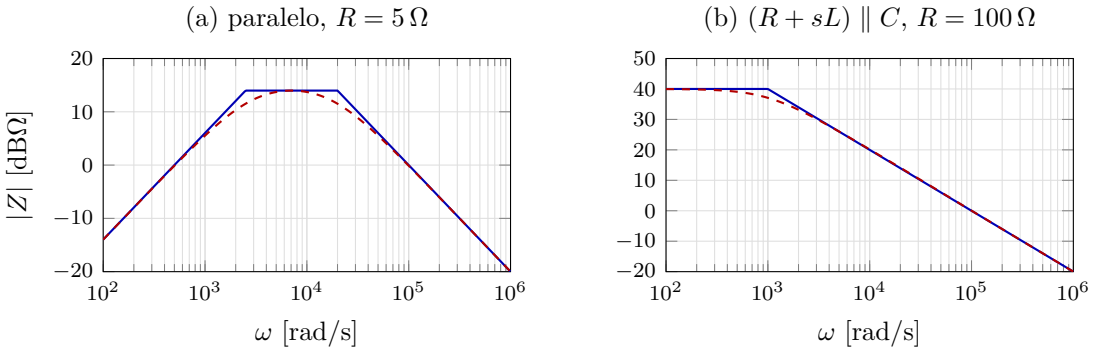
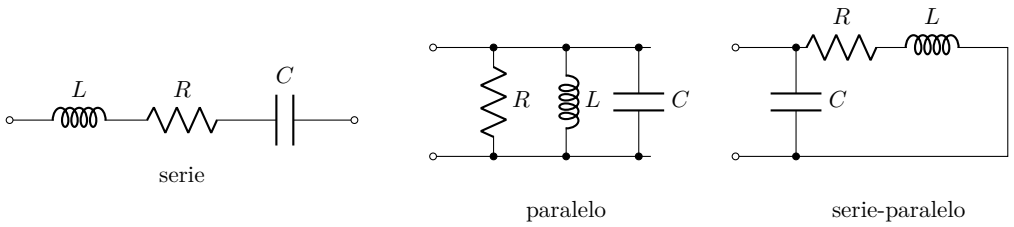


Figura 7. Impedancias paralelo y serie-paralelo (continuo: asíntotas; discontinuo: exacto).



Revisar

(1) En la solución de la impedancia serie RLC con $R = 1\,\Omega$ (ceros *complejos*), la figura conserva las marcas "f_{z1}" y "f_{z2}" a ambos lados de f_0: con raíces complejas *no existen* dos frecuencias de cero reales; el doble cero entra en $\omega_n = 1/\sqrt{LC}$ y esas marcas sólo indican el ancho de la muesca. (2) La diapositiva de la bobina repite "la tensión en un condensador no puede variar bruscamente"; lo correcto es que en la bobina **la corriente** no puede variar bruscamente. (3) Q depende de cómo está R: serie $Q = R_0/R$; paralelo $Q = R/R_0$ (con $R_0 = \sqrt{L/C}$); no confundir con $Q = R\sqrt{C/L}$ del filtro LC con carga en paralelo del convertidor (sección siguiente), que coincide con el caso paralelo.

Errores típicos

- Aplicar *serie: mínimo / paralelo: máximo* (al revés): *serie → domina la mayor; paralelo → la menor.*
- Suponer que $R > R_0$ sin comprobarlo: el orden de los cortes $\omega_1 = 1/RC$ y $\omega_2 = R/L$ se invierte si $R < R_0$ (y entonces no son cortes reales).
- Olvidar que en el cruce de ωL y $1/\omega C$ el módulo real difiere de la asíntota (Q veces), aunque en una asociación serie o paralelo *simple* los puntos de corte en ω_1, ω_2 tienen error ≤ 3 dB.
- Dibujar $|1/Z|$ sin invertir el signo: $|1/Z|_{\text{dB}} = -|Z|_{\text{dB}}$ y la fase también cambia de signo.

Mini-test. (1) Serie $R = 0{,}1\,\Omega$, $L = 1\,\mu$H, $C = 1\,\mu$F: ¿R_0, f_0 y profundidad de la muesca? (2) Paralelo con $R = 1\,\text{k}\Omega$ y $R_0 = 10\,\Omega$: ¿altura del pico sobre R_0? (3) $(R + sL) \parallel C$ con $R > R_0$: ¿qué asíntota domina por encima de $1/RC$? *Respuestas: (1)* $1\,\Omega$, $159\,\text{kHz}$, $20\log(R_0/R) = 20$ *dB; (2)* $Q = 100 \to 40$ *dB; (3)* $1/\omega C$.

5 Convertidor reductor básico

5.1 Del regulador lineal al convertidor conmutado

Problema tipo: alimentar una carga a tensión baja y fija V_S desde una fuente de mayor tensión y variable U_{BAT} (batería de automóvil de 8–14 V para un microprocesador de 3,3 V $\pm 10\,\%$).

Regulador lineal. Un elemento serie variable (transistor en zona lineal, R_I) absorbe la diferencia de tensión. Con la corriente de carga I:

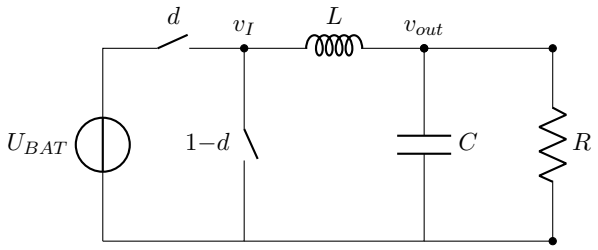
$$\eta = \frac{P_S}{P_E} = \frac{V_S I}{U_{BAT} I} = \frac{V_S}{U_{BAT}}, \qquad P_{prd} = (U_{BAT} - V_S)\, I.$$

La eficiencia es tanto peor cuanto mayor es la tensión de entrada, y la potencia perdida se convierte en calor.

Convertidor conmutado. Se interponen dos interruptores complementarios: uno en serie con la fuente (cerrado durante dT) y otro en paralelo con la salida ("rueda libre", cerrado el resto). La tensión $v_I(t)$ tras los interruptores es un tren de pulsos de altura U_{BAT} y anchura dT, cuyo *valor medio* es

$$\bar{v}_I = \frac{1}{T}\int_0^{dT} U_{BAT}\, dt = d\, U_{BAT},$$

de modo que $d \in [0, 1]$ es la **variable de control**: cambiando d se regula la salida aunque varíe U_{BAT}. Para quedarse con la media y eliminar la conmutación se añade un **filtro paso bajo**; un filtro RC disiparía mucha potencia, por eso se usa L en serie y C en paralelo (elementos ideales que no disipan).



Fórmulas clave

$$\bar{v}_I = d\, U_{BAT}, \qquad d = D + \tilde{d}, \qquad v_{\text{out}} = \underbrace{D\, U_{BAT}}_{\text{punto de operación}} + \underbrace{\tilde{v_{\text{out}}}}_{\text{pequeña señal}}$$

$$\frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_I} = \frac{1}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1}{1 + s\frac{L}{R} + s^2 LC}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{d}} = U_{BAT} \cdot \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_I}$$

Atenuación asintótica de un armónico a $f_{sw} \gg f_0$: $|G(f_{sw})| \approx (f_0/f_{sw})^2$ (-40 dB/dec). En ω_0: $|G| = Q$.

5.2 Superposición: punto de operación y pequeña señal

Para analizar un circuito con fuentes de continua y de alterna se aplica superposición. En **continua** ($\tilde{v}_I = 0$, bobina = cortocircuito, condensador = circuito abierto) se obtiene el *punto de operación* ($V_{out} = D\,U_{BAT}$ sin pérdidas). En **alterna** se anulan las fuentes de continua (tensión → cortocircuito, corriente → abierto) y se obtiene la función de transferencia que sirve para el análisis de estabilidad y el diseño del regulador. Si el filtro se carga con una fuente de corriente (sin resistencia), $G = 1/(1 + LCs^2)$ tiene polos imaginarios puros y ganancia infinita en resonancia; la carga resistiva (o cualquier pérdida) los amortigua.

El **PWM** genera d comparando una portadora en diente de sierra de periodo T con la moduladora $D + \tilde{d}(t)$: el interruptor está cerrado mientras la moduladora supera la rampa; si $\tilde{d}$ es una senoide, la anchura de los pulsos se modula periodo a periodo y la media local sigue a $\tilde{d}$. Así se mide la respuesta en frecuencia barriendo la frecuencia de $\tilde{d}$ (siempre muy por debajo de f_{sw}).

5.3 Ejemplo resuelto

Ejemplo 5.1

$U_{BAT} = 12\,\text{V}$, $V_S = 5\,\text{V}$, $I = 2\,\text{A}$ ($R = 2{,}5\,\Omega$), $f_{sw} = 200\,\text{kHz}$, $L = 22\,\mu\text{H}$, $C = 47\,\mu\text{F}$. (a) Eficiencia y pérdidas con regulador lineal. (b) D del conmutado. (c) f_0, Q, atenuación a f_{sw}. (d) $\tilde{v}_{out}/\tilde{d}$.

(a) Regulador lineal:

$$\eta = \frac{5}{12} = \underline{41{,}7\,\%} \qquad\qquad P_S = 10\,\text{W}$$

$$P_{prd} = (12 - 5)\cdot 2 = \underline{14\,\text{W}}$$

El regulador disipa más que la propia carga.

(b) Ciclo de trabajo del conmutado (ideal):

$$D = \frac{V_S}{U_{BAT}} = \underline{0{,}417}$$

(c) Frecuencia de resonancia y factor de calidad:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \underline{4{,}95\,\text{kHz}} \qquad (\omega_0 = 31\,098\,\text{rad/s})$$

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 2{,}5\sqrt{\frac{47}{22}}$$

$$= \underline{3{,}65} \qquad (11{,}3\,\text{dB de pico})$$

Atenuación a f_{sw}:

$$\left(\frac{f_0}{f_{sw}}\right)^2 = 6{,}12 \cdot 10^{-4} = \underline{-64{,}3\,\text{dB}}$$

El valor exacto de $|G|$ difiere en menos de 0,01 dB.

(d) Función de transferencia:

$$\frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{d}} = \frac{12}{1 + \frac{s}{3{,}65 \cdot 31098} + \left(\frac{s}{31098}\right)^2}$$

Ganancia a baja frecuencia y pico:

$$G_0 = 20 \log 12 = \underline{21{,}6\,\text{dB}}$$

$$G_{pico} = 21{,}6 + 11{,}3 = 32{,}8\,\text{dB} \qquad (\text{en } \omega_0)$$

Después cae -40 dB/dec (con la fase de 0° a $-180°$).

Complemento (fórmulas habituales, no incluidas en las notas del curso): el rizado de corriente en la bobina es $\Delta i_L = (U_{BAT} - V_S)\, D\, T/L = 0{,}663$ A y el de tensión, suponiendo que ese rizado triangular circula por C, $\Delta v \approx \Delta i_L/(8 C f_{sw}) = 8{,}8$ mV.

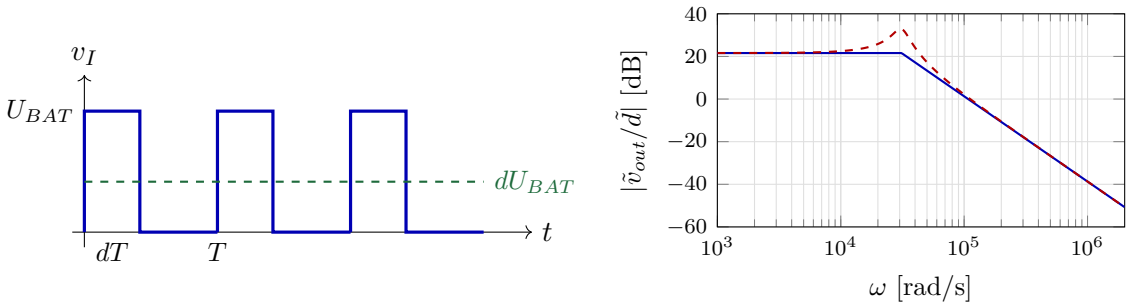


Figura 8. Izquierda: tensión $v_I(t)$ con $d = 0{,}417$. Derecha: Bode de $\tilde{v}_{out}/\tilde{d}$ (asíntotas y curva real).

Revisar

(1) En las notas manuscritas aparece "$d = D \cdot \tilde{d}$"; lo correcto, como usa la hoja siguiente, es $d = D + \tilde{d}$ (el producto sólo aparece en $v_I = d\,U_{BAT}$). (2) La eficiencia del regulador lineal se escribe 3/14 usando $V_S = 3$ V; con 3,3 V sería 3,3/14 = 23,6 % (y 3,3/8 = 41 % en el mejor caso, 8 V de entrada); la frase "para entregar x vatios perdemos $11x$" se entiende como ≈3 W entregados y ≈11 W perdidos con 14 V de entrada. (3) La resonancia infinita del filtro sin carga resistiva es la causa de que la estabilidad deba estudiarse (se desarrolla en el tema de control).

Errores típicos

- Calcular f_0 con R en lugar de con L y C: R sólo entra en $Q = R\sqrt{C/L}$ (carga en paralelo con C).
- Usar -20 dB/dec por encima de f_0: son dos polos, -40 dB/dec.
- Confundir $\tilde{v}_{out}/\tilde{v}_I$ con $\tilde{v}_{out}/\tilde{d}$: difieren en el factor U_{BAT} ($+20\log U_{BAT}$ dB).
- Olvidar que f_{sw} debe estar muy por encima de f_0 (p. ej. $f_{sw} = 100 f_0$ da -80 dB) y que $\tilde{d}$ debe variar mucho más lento que f_{sw}.

Mini-test. (1) $U_{BAT} = 24\,\text{V}$ y $V_S = 3\,\text{V}$ con regulador lineal: ¿η? (2) Con $f_{sw} = 50 f_0$: ¿atenuación del rizado en dB? (3) ¿Cuántos dB suma pasar de $\tilde{v}_{out}/\tilde{v}_I$ a $\tilde{v}_{out}/\tilde{d}$ si $U_{BAT} = 48\,\text{V}$? *Respuestas: (1)* 12,5 %*; (2)* -68 *dB* ($40\log 50$)*; (3)* $+33{,}6$ *dB.*

6 Filtros EMI

6.1 Compatibilidad electromagnética

La **EMC** es la capacidad de un equipo de funcionar correctamente en su entorno electromagnético (*susceptibilidad* o inmunidad) sin introducir perturbaciones intolerables (*emisión*). La emisión puede ser radiada o conducida; la **EMI conducida** (corrientes de alta frecuencia que el equipo devuelve a la red) es la que se limita con un filtro de entrada. Normativa: directiva europea de EMC (EN 55022/55032, antes CISPR 22), VDE, FCC.

Medida: LISN. La *Line Impedance Stabilization Network* normaliza la impedancia de la red vista por el equipo y proporciona puntos de medida sobre una resistencia de 50 Ω (válido por encima de 150 kHz): el espectro se mide como tensión sobre esa impedancia con un analizador de espectro.

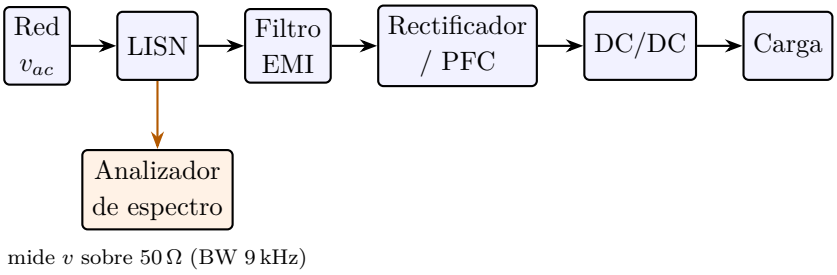


Figura 9. Montaje de medida de EMI conducida.

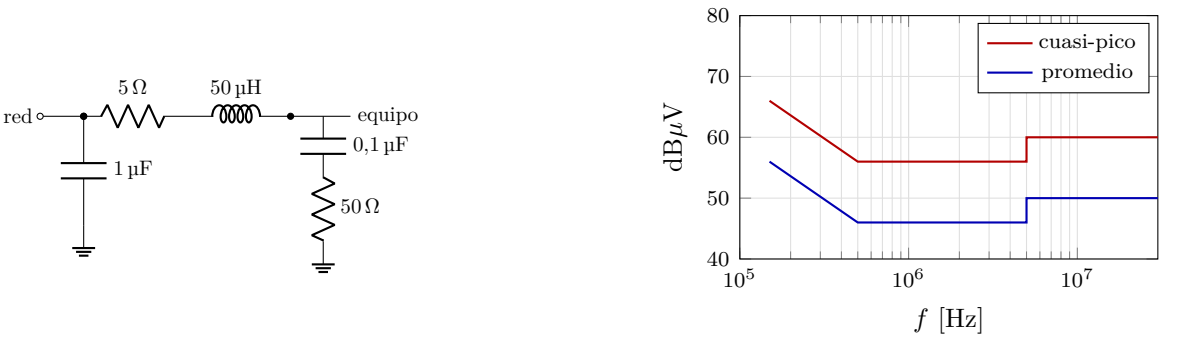


Figura 10. Izquierda: LISN (una línea). Derecha: límites de emisión conducida de la clase B (residencial), de 150 kHz a 30 MHz.

Límites (clase B). Dos detectores (cuasi-pico y promedio) con ancho de banda de medida 9 kHz. Cuasi-pico: 66 → 56 dBμV (decreciendo linealmente con $\log f$ entre 150 y 500 kHz), 56 dBμV de 0,5 a 5 MHz y 60 dBμV de 5 a 30 MHz. Promedio: 56 → 46, 46 y 50 dBμV. Equivalencias: $60\,\text{dB}\mu\text{V} = 1\,\text{mV}$, $40\,\text{dB}\mu\text{V} = 100\,\mu\text{V}$.

Modo diferencial y modo común. **Modo diferencial**: la corriente circula por fase y neutro en sentidos opuestos; es la forma de onda de la corriente de entrada del convertidor y depende de la topología y de los parámetros del circuito. **Modo común**: la corriente vuelve por tierra a través de capacidades parásitas (p. ej. drenador del transistor–disipador) excitadas por dv/dt elevados; depende del dv/dt y del layout eléctrico y mecánico.

Filtro LC de entrada

$$\frac{i_g}{i_{in}}(s) = \frac{1}{1 + L_f C_f s^2}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_f C_f}}, \quad R_0 = \sqrt{\frac{L_f}{C_f}}, \quad |\cdot| \simeq \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 \ (f \gg f_0)$$

$$Z_{out} = L_f \parallel C_f = \frac{sL_f}{1 + L_f C_f s^2} \quad \text{(pico infinito en } f_0\text{, asíntotas cruzan en } R_0\text{)}$$

$$Z_{in}^{conv} = -\frac{V^2}{P} \quad \text{(potencia constante)}$$

$$V_{\text{LISN}} = 20 \log \frac{I_{arm}\,|G(f)| \cdot 50\,\Omega}{1\,\mu\text{V}} \quad [\text{dB}\mu\text{V}]$$

$$\text{Límite QP (150–500 kHz): } L(f) = 66 - 10\,\frac{\log(f/150\,\text{kHz})}{\log(500/150)} \quad [\text{dB}\mu\text{V}]$$

6.2 Efecto sobre el convertidor y amortiguamiento

El filtro cambia la dinámica del convertidor: si $|Z_{out}|$ del filtro no es mucho menor que $|Z_{in}|$ del convertidor, la función de control-salida se deforma y el conjunto puede inestabilizarse (criterio de Middlebrook, tema de control). Un convertidor regulado a potencia constante tiene $Z_{in} = -V^2/P$ (incremental, negativa), de modo que se exige $|Z_{out}| \ll |Z_{in}|$ en *todas* las frecuencias, y el pico de resonancia del filtro LC sin amortiguar lo viola. Se amortigua añadiendo R_f con un elemento que bloquee la continua para que R_f no disipe potencia: (1) R_f–C_b en paralelo con C_f; (2) R_f–L_b en paralelo con L_f; (3) $L_b \parallel R_f$ en serie con L_f. C_b (L_b) es el elemento voluminoso y se optimiza (p. ej. $C_b = 1200\,\mu\text{F}$, $R_f = 0{,}67\,\Omega$ logra el mismo pico que $C_b = 4700\,\mu\text{F}$, $R_f = 1\,\Omega$). Con **dos etapas** LC se consigue la atenuación con elementos mucho más pequeños (pendiente -80 dB/dec).

6.3 Ejemplos resueltos

> **Ejemplo 6.1 – Atenuación de un armónico**
>
> Filtro $L_f = 20\,\mu\text{H}$, $C_f = 100\,\mu\text{F}$; el convertidor inyecta un armónico de 3 A a 150 kHz. ¿Cumple la clase B (cuasi-pico)? Se supone que la corriente del armónico que llega a la red se cierra por los $50\,\Omega$ de la LISN.

Datos del filtro:

$$f_0 = 3{,}559\,\text{kHz}$$

$$R_0 = 0{,}447\,\Omega$$

Atenuación:

$$\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 = 5{,}63 \cdot 10^{-4} = -65{,}0\,\text{dB}$$

Corriente de red y tensión en la LISN:

$$I_{red} = 3 \cdot 5{,}63 \cdot 10^{-4} = 1{,}69\,\text{mA}$$

$$V_{LISN} = 84{,}4\,\text{mV} = \boxed{98{,}5\,\text{dB}\mu\text{V}}$$

Frente al límite de 66 dBµV, faltan $\boxed{32{,}5\,\text{dB}}$ (habría que aumentar L_fC_f por un factor ≈ 42, o usar dos etapas, o reducir el armónico en origen).

Ejemplo 6.2 – Amortiguamiento y Middlebrook

El mismo filtro alimenta un convertidor de 100 W a 24 V. Comprobar $|Z_{out}| < |Z_{in}|$ con y sin amortiguamiento R_f–C_b, $C_b = 4C_f = 400\,\mu\text{F}$.

Impedancia de entrada del convertidor:

$$Z_{in} = -\frac{24^2}{100} = -5{,}76\,\Omega \qquad\qquad |Z_{in}| = 15{,}2\ \text{dB}$$

Sin amortiguar, $|Z_{out}| = \omega L_f / |1 - \omega^2 L_f C_f| \to \infty$ en f_0: **no cumple**.

Con $R_f = R_0 = 0{,}447\,\Omega$ el pico exacto de $|Z_{out}|$ es:

$$|Z_{out}|_{pico} = 0{,}485\,\Omega = -6{,}3\ \text{dB}$$

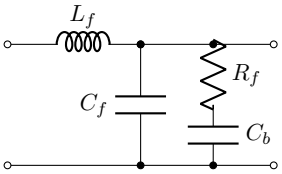
$$\text{margen} = 21{,}5\,\text{dB} \qquad (\text{sobre } |Z_{in}|)$$

El mínimo numérico del pico se obtiene con $R_f = 0{,}612 R_0 = 0{,}274\,\Omega$:

$$|Z_{out}|_{pico} = 0{,}387\,\Omega \qquad (-8{,}2\ \text{dB}\ )$$

$$\text{margen} = 23{,}4\,\text{dB}$$

Como C_b bloquea la continua, R_f no disipa potencia en régimen permanente.



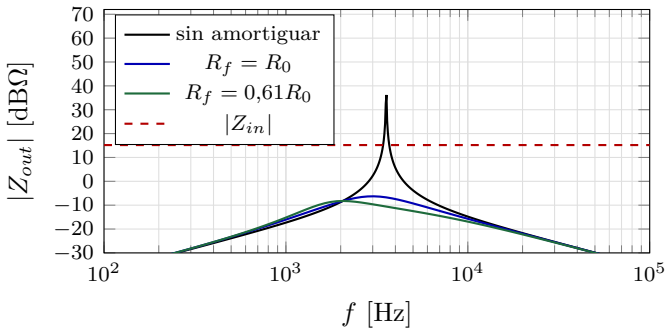


Figura 11. Filtro R_f–C_b en paralelo con C_f y comparación de $|Z_{out}|$ con $|Z_{in}| = 5{,}76\,\Omega$ (exacta, calculada numéricamente).

Revisar

(1) Los valores numéricos de los límites EN 55022 (66/56/60 dBμV cuasi-pico y 56/46/50 dBμV promedio) se deducen de la gráfica de la diapositiva y de los niveles marcados (1 mV, 631 µV, 316 µV…), no están tabulados; la EN 55022 fue sustituida por la EN 55032 con los mismos límites conducidos. (2) La comparación de filtros de una y dos etapas mezcla valores de figuras distintas de Erickson (330 μH/470 μF frente a decenas de µH y µF): no se especifican las condiciones comunes (atenuación e impedancia objetivo), así que la mejora es cualitativa. (3) En el ejemplo 6.1 la LISN se simplifica a una resistencia de 50 Ω; en la medida real la corriente se reparte entre varias ramas, por lo que el resultado es una estimación de orden de magnitud.

Errores típicos

- Calcular el armónico en dBμV sin pasar por la impedancia de la LISN (50 Ω) y sin normalizar a 1 µV.
- Comparar $|Z_{out}|$ del filtro con R_0 en vez de con $|Z_{in}|$ del convertidor.
- Poner R_f directamente en serie con C_f (disiparía la corriente continua o rizado de baja frecuencia); hace falta C_b para bloquear la continua.
- Confundir modo común (corriente por capacidades parásitas a tierra) con modo diferencial (corriente de fase y neutro en sentidos opuestos).

Mini-test. (1) ¿A cuántos μV equivalen 46 dBμV? (2) Un filtro LC con $f_0 = 5$ kHz: ¿atenuación a 500 kHz? (3) ¿Por qué Z_{in} de un convertidor a potencia constante es negativa? *Respuestas: (1)* 200 µV*; (2)* −80 *dB; (3) porque a mayor tensión de entrada la corriente necesaria para mantener P baja: $dv/di = -V^2/P < 0$.*

7 Repaso de control

7.1 Lazo, sensibilidad y ancho de banda

Sea el lazo con realimentación unitaria: referencia r, error $e = r - y$, regulador $R(s)$, planta $G(s)$, perturbación z sumada a la salida y ruido n en la medida. La **ganancia de lazo** es $L(s) = R(s)G(s)$.

Fórmulas clave

$$S = \frac{1}{1+L} \ \text{(sensibilidad)}, \quad T = \frac{L}{1+L} \ \text{(seguimiento)}, \quad e = S\,r, \quad y = T\,r$$

$$u = \frac{R}{1+L}\,r \approx \frac{1}{G}\,r \quad (|L| \gg 1)$$

$$\text{Ancho de banda } \omega_c: \ |L(j\omega_c)| = 1 \ (0 \text{ dB})$$

$$|L| \gg 1 \Rightarrow |S| \approx \frac{1}{|L|}, \quad |L| \ll 1 \Rightarrow S \approx 1, \ T \approx L$$

$$M_f = 180^\circ + \angle L(j\omega_c), \qquad M_g = -|L(j\omega_g)|_{\text{dB}} \ \ (\angle L(j\omega_g) = -180^\circ)$$

- **El control sólo es útil por debajo de** ω_c: allí $|L| > 1$, el error ante la referencia o una perturbación es $\approx 1/|L|$ veces la señal. Con $L = \omega_c/s$: $|e/r| = 0{,}1$ en $0{,}1\omega_c$, $0{,}7$ en ω_c y ≈ 1 en $10\omega_c$.
- **Esfuerzo de control**: donde $|G|$ es pequeña, $u \approx r/G$ es grande y puede saturar el actuador.
- **Ruido**: la medida pasa a la salida con la misma función T que la referencia, así que un ancho de banda excesivo deja pasar el ruido. Compromiso: ancho de banda grande para rendimiento, limitado para ruido y saturación.
- **Estabilidad** (si G y R son estables): Nyquist, L no rodea -1. En Bode, M_f y M_g miden la distancia al punto crítico; M_f pequeño $\Rightarrow$ pico de $|S|$ y oscilación.

7.2 Ejemplos resueltos

Ejemplo 7.1 – Rechazo de errores con un integrador

$L(s) = 1000/s$ (planta de ganancia unitaria con un regulador integral, $\omega_c = 1000\,\text{rad/s}$). Error relativo $|e/r|$ para una referencia senoidal a 100, 1000 y 10^4 rad/s.

Con $|S| = \omega/\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}$:

$$|S(100)| = 0{,}0995 \quad (-20\text{ dB}) \qquad |S(1000)| = 0{,}707 \quad (-3\text{ dB})$$

$$|S(10^4)| = 0{,}995 \quad (0\text{ dB})$$

Es decir, 10 veces por debajo de ω_c se rechaza un 90 %, y 10 veces por encima el lazo no hace nada.

Ejemplo 7.2 – Márgenes con un polo doble

Para $L(s) = \dfrac{10}{s\,(1 + s/100)^2}$, calcular ω_c, M_f y M_g (asintóticos y exactos).

Asintóticamente: $L \approx 10/\omega$ hasta 100 rad/s, así que

$$\omega_c \approx 10\,\text{rad/s}$$

$$\angle L = -90^\circ \qquad \text{(el polo doble no actúa hasta } \omega = 10\text{)}$$

$$M_f \approx 90^\circ$$

Exacto:

$$|L(j\omega)| = \frac{10}{\omega(1+\omega^2/10^4)} = 1$$

$$\omega_c = \boxed{9{,}90\,\text{rad/s}}$$

$$\angle L = -90^\circ - 2\arctan\frac{\omega_c}{100} = -101{,}3^\circ$$

$$M_f = \boxed{78{,}7^\circ}$$

La fase llega a -180° exactamente en $\omega_g = 100$ rad/s ($-90 - 2\cdot 45$), donde:

$$|L| = \frac{10}{100\cdot 2} = 0{,}05 \qquad\qquad M_g = \boxed{26{,}0\,\text{dB}}$$

El módulo asintótico daría 20 dB: el polo doble aporta -6 dB reales en su cruce.

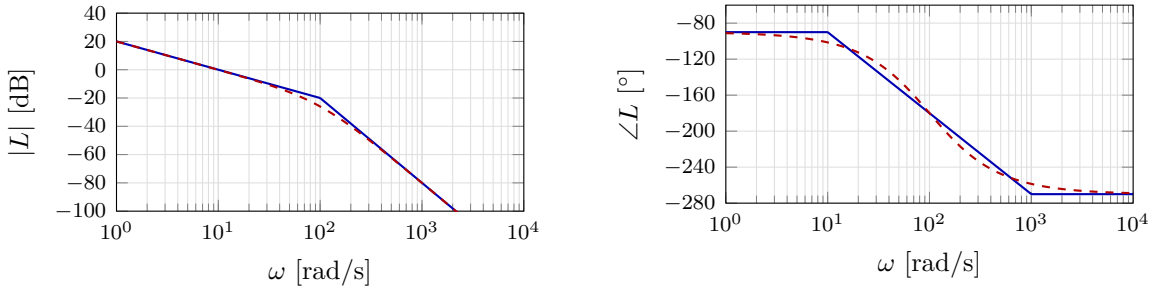


Figura 12. Ejemplo 7.2. $\omega_c \approx 10$ rad/s, $M_f = 78{,}7^\circ$ (real) y $M_g = 26$ dB en 100 rad/s.

Errores típicos

- Medir el margen de fase como $\angle L$ en vez de $180^\circ + \angle L$ en ω_c.
- Tomar el cruce asintótico por 0 dB como exacto: si hay un polo/cero cerca de ω_c, la fase real difiere varios grados (aquí 90° frente a $78{,}7^\circ$).
- Pensar que más ancho de banda es siempre mejor: aumenta ruido, esfuerzo de control y reduce márgenes si hay retardos o polos de alta frecuencia.
- Olvidar que $e = S\,r$ vale también para perturbaciones a la salida ($e = S\,z$) pero *no* para las del actuador, que pasan por G.

Mini-test. (1) $L = 500/s$: ¿ancho de banda y $|S|$ en $\omega = 50$ rad/s? (2) Si $|L(j\omega_g)| = 0{,}25$ en el cruce de -180°, ¿M_g? (3) ¿Qué función da el efecto del ruido de medida en la salida? *Respuestas: (1)* $\omega_c = 500$ *rad/s;* $|S| = 50/\sqrt{50^2+500^2} = 0{,}0995$*; (2)* 12 *dB; (3)* $T = L/(1+L)$.