Apuntes

Gestión Electrónica de la Energía Eléctrica

T4 – Paneles fotovoltaicos

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Índice general

1 Curva I–V, curva P–V y punto de máxima potencia **2**

2 Efecto de la irradiancia **3**

3 Modelo lineal a tramos: equivalentes Norton y Thevenin **4**

4 Punto de trabajo con conexión directa **6**
4.1 Panel conectado a una batería . . . 6
4.2 Panel + batería + carga de corriente I_L . . . 7
4.3 Panel con carga de corriente constante I_L . . . 7
4.4 Panel con carga resistiva R_L . . . 7

5 Convertidor dc/dc, MPPT y carga de potencia constante **8**
5.1 Papel del convertidor y de la batería . . . 9
5.2 MPPT de perturbar y observar (P&O) . . . 9
5.3 Convertidor de potencia constante: punto de trabajo . . . 10

6 Impedancia incremental del panel y estabilidad (Middlebrook) **11**
6.1 Resistencia incremental del panel . . . 11
6.2 Convertidor de potencia constante: Z_{in} negativa . . . 12
6.3 Estabilidad en continua del punto de trabajo . . . 12
6.4 Filtro de entrada y criterio de Middlebrook . . . 12

7 [COMPLEMENTO] Modelo de un diodo, temperatura, serie/paralelo y otros MPPT **14**
7.1 Modelo de un diodo . . . 14
7.2 Temperatura . . . 14
7.3 Serie y paralelo . . . 15
7.4 Otros MPPT . . . 15

8 Errores típicos y mini-tests **15**

Resumen

Resumen propio del Tema 4: curva característica del panel, efecto de la irradiancia, modelo lineal a tramos (Norton/Thevenin), punto de trabajo con carga directa, convertidor dc/dc con MPPT de perturbar y observar, e impedancia incremental del panel dentro del criterio de Middlebrook. Los apartados marcados **[COMPLEMENTO]** no están en las diapositivas. Las curvas están calculadas con un modelo numérico propio (script `calc_T4.py`); los números de los ejemplos están verificados con Python.

1 Curva I–V, curva P–V y punto de máxima potencia

Un panel fotovoltaico (FV) es un generador de corriente continua cuya característica $i_p(v_p)$ no es la de una pila ni la de una fuente de corriente: se comporta como *fuente de corriente* a tensiones bajas y como *fuente de tensión* a tensiones altas. Usamos el convenio de generador: i_p sale por el borne + y $P = v_p\, i_p$ es la potencia que entrega.

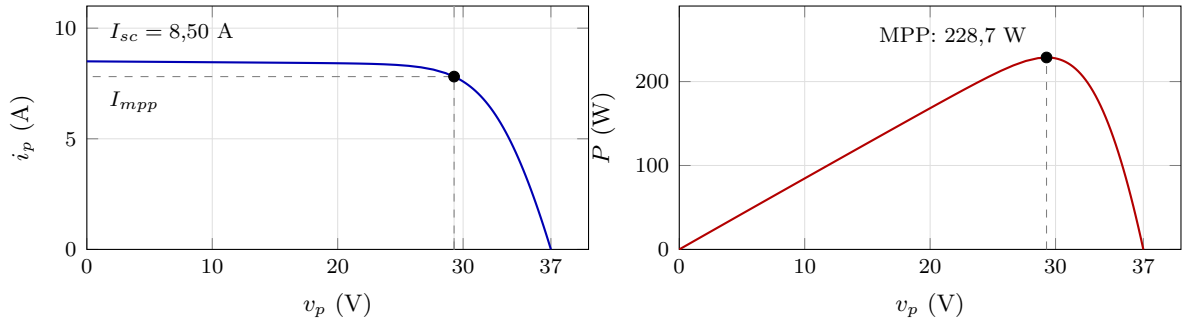


Figura 1. Curvas I–V (izquierda) y P–V (derecha) de un módulo de 60 células ($G = 1$, 25 °C), calculadas con el modelo numérico del apartado 7. El máximo de potencia queda justo en el «codo» de la I–V.

Puntos notables.

- I_{sc} (cortocircuito, $v_p = 0$): corriente máxima; la potencia es nula.
- V_{oc} (circuito abierto, $i_p = 0$): tensión máxima; la potencia también es nula.
- MPP (*maximum power point*): (V_{mpp}, I_{mpp}) con $P_{mpp} = V_{mpp} I_{mpp}$ máxima. Está cerca del codo de la I–V, algo a la izquierda de V_{oc}.
- Factor de forma $FF = P_{mpp}/(V_{oc} I_{sc})$: mide lo «cuadrada» que es la curva.

Fórmulas clave – sección 1

$$P = v_p\, i_p, \qquad P_{mpp} = V_{mpp}\, I_{mpp}, \qquad FF = \frac{P_{mpp}}{V_{oc}\, I_{sc}},$$

$$r_p = -\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}i_p}, \qquad \text{En el MPP: } r_p = \frac{V_{mpp}}{I_{mpp}} = R_{L,opt}.$$

Por qué hay que buscar el MPP. El punto de trabajo no lo elige el panel: lo fija lo que se le conecta (apartado 4). Para extraer la máxima energía se interpone un convertidor dc/dc

que fuerza $v_p \approx V_{mpp}$ (apartado 5). En el MPP se cumple $\mathrm{d}P/\mathrm{d}v_p = 0$, es decir

$$i_p + v_p \frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}v_p} = 0 \quad \Longrightarrow \quad -\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}i_p} = \frac{v_p}{i_p}\Big|_{mpp} \iff r_p = \frac{V_{mpp}}{I_{mpp}}.$$

Aquí $r_p = -\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}i_p$ es la *resistencia incremental* del panel (se usa en el apartado 6).

Ejemplo 1 – MPP de un módulo (modelo numérico)

Módulo con $I_{sc} = 8{,}50\,\mathrm{A}$ y $V_{oc} = 37{,}00\,\mathrm{V}$ a $G = 1$ y $25\,^\circ\mathrm{C}$. Maximizando $v_p\, i_p(v_p)$ numéricamente:

$$V_{mpp} = 29{,}28\,\mathrm{V} \qquad I_{mpp} = 7{,}811\,\mathrm{A}$$

$$P_{mpp} = 228{,}7\,\mathrm{W} \qquad FF = \frac{228{,}7}{37{,}0 \cdot 8{,}50} = 0{,}727$$

La resistencia de carga que da la máxima potencia es $R_{L,opt} = V_{mpp}/I_{mpp} = 3{,}749\,\Omega$, y coincide con r_p calculada numéricamente en el MPP ($3{,}749\,\Omega$).

2 Efecto de la irradiancia

La corriente fotogenerada es proporcional a la luz incidente, de modo que toda la curva depende de la irradiancia G (en p.u. respecto a $1000\,\mathrm{W/m^2}$).

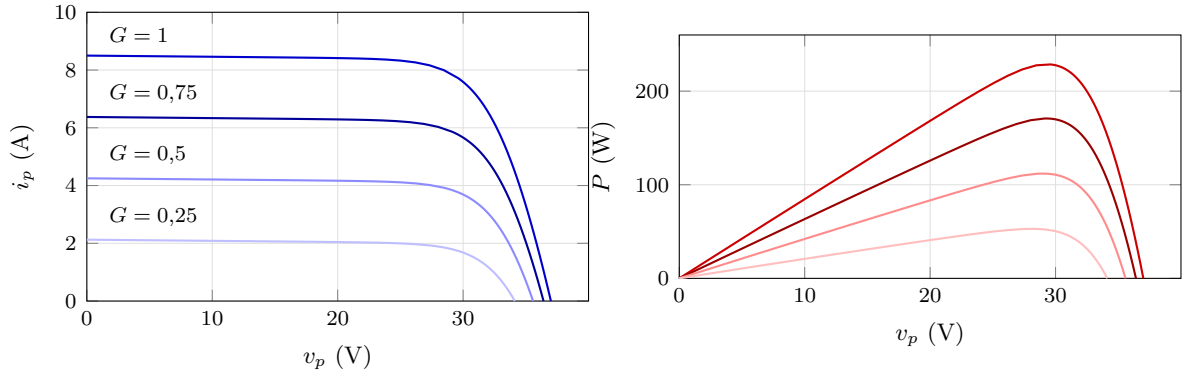


Figura 2. Misma curva a cuatro irradiancias. La corriente cambia casi en proporción a G; la tensión apenas se mueve.

G (p.u.)	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	V_{mpp} (V)	P_{mpp} (W)
1,00	8,500	37,00	29,28	228,7
0,75	6,375	36,41	29,24	170,8
0,50	4,250	35,58	28,96	111,9
0,25	2,125	34,12	28,08	52,89

Idea clave

Al bajar G a la cuarta parte: I_{sc} se divide por 4, P_{mpp} cae un 77 %, pero V_{oc} sólo baja un 8 % y V_{mpp} un 4 %. Consecuencia práctica: el MPP está casi siempre cerca de la misma tensión, y lo que varía mucho es la corriente. Por eso el seguidor de MPP actúa sobre la *tensión* del panel.

Ejemplo 2. Estimar P_{mpp} a $G = 0{,}5$ sin recalcular la curva:

$$P_{mpp} \approx 0{,}5 \cdot 228{,}7 = 114{,}4\,\mathrm{W}$$

El modelo da 111,9 W: la regla de proporcionalidad comete un error de +2,2 % (por exceso, porque V_{oc} baja algo con G).

Fórmulas clave – sección 2

$$I_{sc}(G) \approx G\, I_{sc}(1), \qquad P_{mpp}(G) \lesssim G\, P_{mpp}(1).$$

V_{oc} y V_{mpp} casi constantes (variación logarítmica, ver §7).

3 Modelo lineal a tramos: equivalentes Norton y Thevenin

Para resolver problemas a mano se sustituye la I–V por dos rectas que se cortan en el codo (V_1, I_1):

- **Tramo 1** (de $(0, I_{sc})$ a (V_1, I_1), casi horizontal): el panel actúa como *fuente de corriente*, $v_p \in (0, V_1)$.
- **Tramo 2** (de (V_1, I_1) a $(V_{oc}, 0)$, casi vertical): el panel actúa como *fuente de tensión*, $v_p \in (V_1, V_{oc})$.

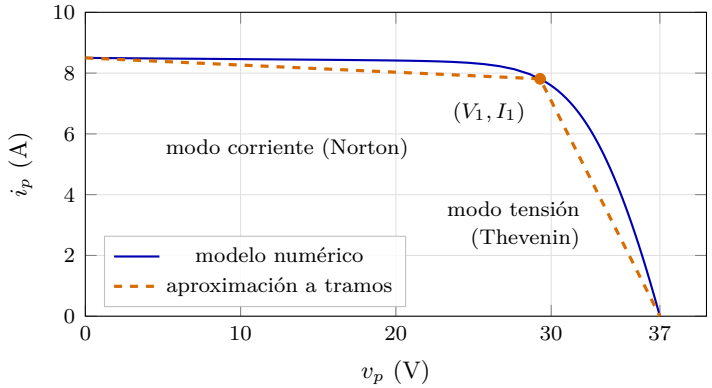


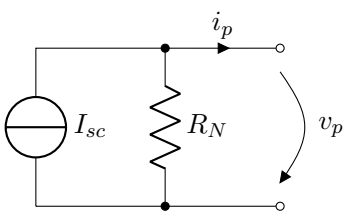
Figura 3. Aproximación por dos rectas con el codo en el MPP. R_N y R_{th} son las inversas (en valor absoluto) de las pendientes de cada tramo.

Modo corriente: equivalente Norton. En el tramo 1, $i_p = I_{sc} - v_p/R_N$ con

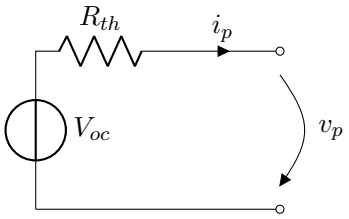
$$R_N = \frac{V_1}{I_{sc} - I_1} \quad \text{(grande)}.$$

Modo tensión: equivalente Thevenin. En el tramo 2, $v_p = V_{oc} - R_{th}\, i_p$ con

$$R_{th} = \frac{V_{oc} - V_1}{I_1} \quad \text{(pequeña)}.$$



Norton (modo corriente)



Thevenin (modo tensión)

Ejemplo 3 – aproximación del módulo del ejemplo 1

Tomando el codo en el MPP, $(V_1, I_1) = (29{,}285\,\text{V}, 7{,}811\,\text{A})$:

$$R_N = \frac{29{,}285}{8{,}500 - 7{,}811} = 42{,}5\,\Omega$$

$$R_{th} = \frac{37{,}00 - 29{,}285}{7{,}811} = 0{,}988\,\Omega$$

Ejemplo 4 – panel «de apuntes» (usado en las secciones 4–6)

$I_{sc} = 6{,}0\,\text{A}$, $I_1 = 5{,}5\,\text{A}$, $V_1 = 20\,\text{V}$, $V_{oc} = 24\,\text{V}$.

$$R_N = \frac{20}{6 - 5{,}5} = 40\,\Omega \qquad R_{th} = \frac{24 - 20}{5{,}5} = 0{,}727\,\Omega$$

$$P_{max} = V_1 I_1 = 110\,\text{W}$$

En este modelo el máximo de $v_p i_p$ está exactamente en el codo: en el tramo 1 la potencia crece con v_p hasta V_1 (su máximo teórico queda en $R_N I_{sc}/2 = 120\,\text{V}$, fuera del tramo), y en el tramo 2 crece con i_p hasta I_1 (máximo teórico en $V_{oc}/(2R_{th}) = 16{,}5\,\text{A}$).

Cuidado: cuerda frente a tangente

R_N y R_{th} del modelo a tramos son pendientes de *cuerdas*. En el módulo del ejemplo 1 la pendiente real (tangente) a 5 V es de $250\,\Omega$ y a 20 V de $142\,\Omega$, frente a $R_N = 42{,}5\,\Omega$; en el tramo de tensión la tangente varía de $1{,}39\,\Omega$ (32 V) a $0{,}60\,\Omega$ (36 V). Para ejercicios de examen se usa el modelo a tramos tal cual; para un diseño real hay que usar la resistencia incremental local (sección 6).

Revisar

Frontera entre modos. Las diapositivas 10–13 expresan la frontera con (V_{mpp}, I_{mpp}) y las 6–8 con el codo (V_1, I_1). En el modelo lineal ambos coinciden (el MPP es el codo, ejemplo 4). En un panel real $V_1 \approx V_{mpp}$ sólo de forma aproximada; aquí se usa siempre (V_1, I_1) y, cuando se dice «V_{mpp}», se entiende ese mismo punto.

Fórmulas clave – sección 3

$$\text{Modo corriente } (v_p < V_1): \quad i_p = I_{sc} - \frac{v_p}{R_N}, \quad R_N = \frac{V_1}{I_{sc} - I_1},$$

$$\text{Modo tensión } (v_p > V_1): \quad v_p = V_{oc} - R_{th} i_p, \quad R_{th} = \frac{V_{oc} - V_1}{I_1}.$$

Resistencia incremental: $r_p = R_N$ (modo corriente), $r_p = R_{th}$ (modo tensión).

4 Punto de trabajo con conexión directa

Regla general

El punto de trabajo es la **intersección** de la característica del panel con la de lo que se conecte. Primero se supone un modo, se resuelve y *se comprueba* que el resultado cae dentro de su tramo; si no, se usa el otro modo.

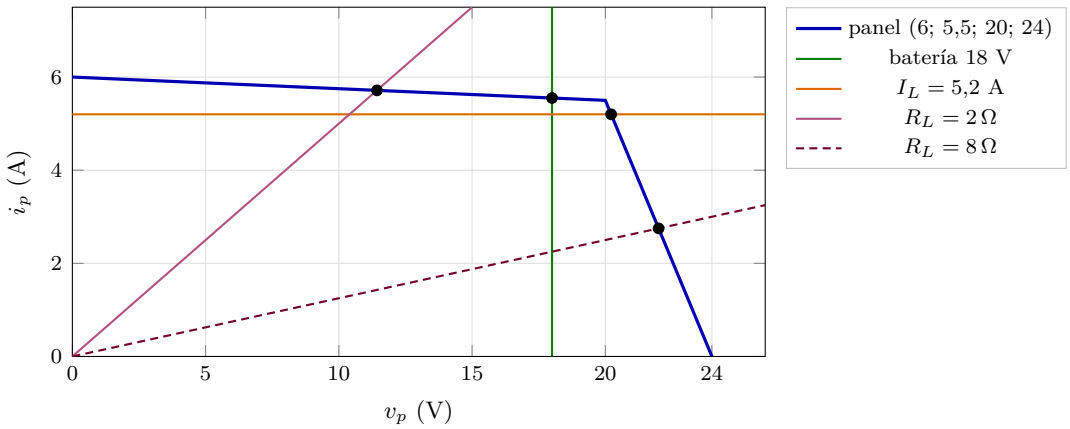


Figura 4. Puntos de trabajo del panel de apuntes con distintas cargas directas (ejemplos de esta sección).

4.1 Panel conectado a una batería

$v_p = V_{bat}$ (recta vertical). Si $V_{bat} < V_1$: modo corriente, $i_p = I_{sc} - V_{bat}/R_N$. Si $V_1 < V_{bat} < V_{oc}$: modo tensión, $i_p = (V_{oc} - V_{bat})/R_{th}$. Si $V_{bat} \geq V_{oc}$: el panel no entrega corriente (en la práctica un diodo de bloqueo evita la corriente inversa).

V_{bat} (V)	modo	i_p (A)	P (W)	P/P_{max}
16	corriente	5,600	89,6	81 %
20	codo	5,500	110,0	100 %
22	tensión	2,750	60,5	55 %
25	—	0	0	0 %

(Panel de apuntes. Ejemplo 5: p. ej. a 16 V: $i_p = 6 - 16/40 =$ 5,60 A.) Conectar el panel directamente a la batería lo hace trabajar donde marque la batería, casi nunca en el MPP.

4.2 Panel + batería + carga de corriente I_L

La batería impone $v_p = V_{bat}$, luego el panel trabaja igual que antes; la batería absorbe la diferencia. Fijamos el convenio *explícitamente*: $i_{bat} > 0$ cuando la batería **se descarga** (entrega corriente al nudo). KCL en el nudo: $i_p + i_{bat} = I_L$, o sea

$$i_{bat} = I_L - i_p.$$

Ejemplo 6. $V_{bat} = 18\,\text{V}$, $I_L = 7\,\text{A}$:

$$i_p = 6 - \frac{18}{40} = 5{,}55\,\text{A}$$

$$i_{bat} = 7 - 5{,}55 = \underline{1{,}45\,\text{A}} \qquad \text{(descarga)}$$

Con $I_L = 4\,\text{A}$ saldría $i_{bat} = -1{,}55$ A: la batería se carga.

Revisar

Diapositiva 11, signo de i_{bat}. La figura dibuja la flecha de i_{bat} entrando por el borne + de la batería (convenio de carga), con el cual KCL da $i_{bat} = i_p - I_L$; pero la ecuación escrita es $i_{bat} = I_L - i_p$, que corresponde a i_{bat} positiva en descarga. No cambia ningún resultado físico, sólo el signo: aquí se usa el convenio de descarga arriba indicado. (La figura de la diapositiva 10 rotula la corriente de trabajo como I_{po} y el texto i_{op}: es la misma magnitud.)

4.3 Panel con carga de corriente constante I_L

$i_p = I_L$ (recta horizontal). Si $I_L > I_1$: modo corriente, $v_p = R_N(I_{sc} - I_L)$. Si $I_L < I_1$: modo tensión, $v_p = V_{oc} - R_{th}I_L$. Si $I_L > I_{sc}$ el panel no puede alimentarla.

Ejemplo 7. $I_L = 5{,}2\,\text{A} < I_1$: modo tensión,

$$v_p = 24 - 0{,}7273 \cdot 5{,}2 = \underline{20{,}22\,\text{V}} \qquad\qquad P = 105{,}1\,\text{W}$$

Con $I_L = 6{,}5\,\text{A} > I_{sc} = 6$ A: imposible, el panel no llega.

4.4 Panel con carga resistiva R_L

Recta por el origen, $v_p = R_L i_p$. La resistencia que separa los modos es $R_{knee} = V_1/I_1$.

- $R_L < V_1/I_1$: modo corriente, divisor de corriente entre R_N y R_L: $i_p = \dfrac{I_{sc}}{1 + R_L/R_N}$, $v_p = R_L i_p$.
- $R_L > V_1/I_1$: modo tensión, divisor de tensión: $i_p = \dfrac{V_{oc}}{R_{th} + R_L}$, $v_p = \dfrac{R_L}{R_{th} + R_L} V_{oc}$.

Revisar

Diapositiva 13. En el texto de la izquierda aparece «si $R_L < I_{mpp}/V_{mpp}$»; eso es una *conductancia*, no una resistencia (dimensionalmente incorrecto). La condición correcta, que ya figura en el texto de la derecha, es

$$\boxed{R_L < \frac{V_{mpp}}{I_{mpp}} \;\Rightarrow\; \text{modo corriente}}, \qquad R_L > \frac{V_{mpp}}{I_{mpp}} \Rightarrow \text{modo tensión}.$$

La recta de carga tiene pendiente $1/R_L$ en el plano i_p–v_p; cortará el tramo plano cuando R_L sea pequeña (pendiente grande) y el vertical cuando sea grande.

Ejemplo 8. Panel de apuntes, $R_{knee} = 20/5{,}5 = 3{,}636\,\Omega$.

$R_L = 2\,\Omega$ (modo corriente):

$$i_p = \frac{6}{1 + 2/40} = 5{,}714\,\text{A} \qquad v_p = 11{,}43\,\text{V}$$

$$P = 65{,}3\,\text{W}$$

$R_L = 8\,\Omega$ (modo tensión):

$$i_p = \frac{24}{0{,}7273 + 8} = 2{,}750\,\text{A} \qquad v_p = 22{,}0\,\text{V}$$

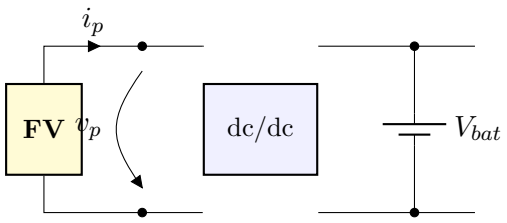
$$P = 60{,}5\,\text{W}$$

Ambos casos extraen sólo el 55–59 % de los 110 W disponibles: la carga resistiva óptima es $R_{L,opt} = V_1/I_1$ y un convertidor dc/dc sirve de «adaptador de impedancia».

Fórmulas clave – sección 4

Batería	$v_p = V_{bat}$	$i_p = I_{sc} - V_{bat}/R_N$ ó $(V_{oc} - V_{bat})/R_{th}$
Batería + I_L	i_p como arriba	$i_{bat} = I_L - i_p$ (descarga > 0)
Carga I_L	$i_p = I_L$	$v_p = R_N(I_{sc} - I_L)$ ó $V_{oc} - R_{th}I_L$
Carga R_L	$v_p = R_L i_p$	$R_L \lessgtr V_1/I_1$: modo corriente / tensión

5 Convertidor dc/dc, MPPT y carga de potencia constante



MPPT: ajusta d

5.1 Papel del convertidor y de la batería

El convertidor dc/dc regula la tensión del panel; la batería fija la tensión **de salida** del convertidor, almacena el excedente y alimenta las cargas cuando piden más que el panel. Para un elevador ideal en conducción continua, $v_p = (1-d)\,V_o$ con $V_o = V_{bat}$: variar el ciclo de trabajo d equivale a elegir v_p.

Revisar

Diapositiva 9. El texto dice que la batería «fija la tensión de *entrada* del convertidor». Según la propia figura (batería en la salida del dc/dc) debe decir tensión de *salida*. La tensión de entrada la fija el panel/MPPT.

5.2 MPPT de perturbar y observar (P&O)

Cada intervalo Δt se perturba d en $\pm\Delta d$, se mide $P = v_p i_p$ y se compara con la anterior:

$$P(t) > P(t-\Delta t) \Rightarrow \text{ se sigue en el mismo sentido,}$$

$$P(t) < P(t-\Delta t) \Rightarrow \text{ se invierte el sentido.}$$

Revisar

Diapositiva 9 (regla de P&O). La regla escrita, «$P(t) > P(t-\Delta t) \Rightarrow d(t+\Delta t) = d(t) + \Delta d$; si $<$, $d - \Delta d$», sólo es correcta si la última perturbación fue un *incremento*. La regla general (mantener o invertir el *sentido* de la última perturbación) es la que reproduce el ejemplo siguiente, y es la que debe aplicarse. Además, si el panel parte en $v_p > V_{oc}$ no hay potencia ($P = 0$) y el algoritmo no recibe información: hay que arrancar con $v_p < V_{oc}$.

Ejemplo 9 – P&O con el panel de apuntes

Elevador con $V_o = 40\,\text{V}$ ($v_p = (1-d)40$), $\Delta d = 0{,}05$, $d_0 = 0{,}60$. Punto óptimo: $v_p = V_1 = 20\,\text{V} \Rightarrow d_{mpp} = 0{,}50$.

k	d	v_p (V)	i_p (A)	P (W)	decisión
0	0,60	16,0	5,600	89,6	perturbo $+\Delta d$
1	0,65	14,0	5,650	79,1	$P\downarrow$: invierto
2	0,60	16,0	5,600	89,6	$P\uparrow$: sigo $(-)$
3	0,55	18,0	5,550	99,9	$P\uparrow$: sigo $(-)$
4	0,50	20,0	5,500	110,0	$P\uparrow$: sigo $(-)$
5	0,45	22,0	2,750	60,5	$P\downarrow$: invierto
6	0,50	20,0	5,500	110,0	$P\uparrow$: sigo $(+)$
7	0,55	18,0	5,550	99,9	$P\downarrow$: invierto
8	0,50	20,0	5,500	110,0	$P\uparrow$: sigo $(-)$

En régimen permanente oscila entre $d = 0{,}45;\ 0{,}50;\ 0{,}55;\ 0{,}50;\ldots$ (ciclo de 4 pasos). Aquí el lado izquierdo del MPP es suave y el derecho (modo tensión) es abrupto: un paso de sólo $\Delta d = 0{,}05$ al pasar el codo pierde el 45 % de la potencia.

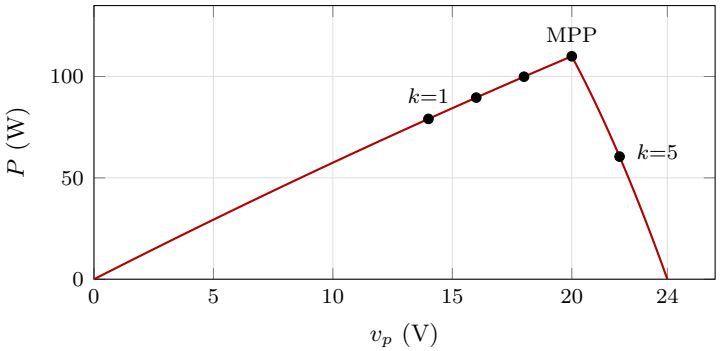


Figura 5. Puntos visitados por el P&O (ejemplo 9) sobre la curva P–V del panel de apuntes.

Compromiso de Δd. Δd grande: seguimiento rápido pero oscilación amplia y más pérdida en régimen permanente. Δd pequeña: lo contrario. Con Δd constante el panel nunca se queda exactamente en el MPP.

5.3 Convertidor de potencia constante: punto de trabajo

Si el convertidor regula la potencia que entrega, p. ej. carga una batería a corriente fija, desde el panel es una carga de potencia constante (CPL):

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{V_{bat} I_{out}}{\eta} = v_p\, i_p.$$

Es una hipérbola en el plano i_p–v_p que corta la I–V en uno o dos puntos. Sustituyendo cada tramo:

$$\text{modo tensión:}\quad R_{th}\, i_p^2 - V_{oc}\, i_p + P_{in} = 0 \;\Rightarrow\; v_p = \tfrac{1}{2}\Big(V_{oc} \pm \sqrt{V_{oc}^2 - 4R_{th}P_{in}}\Big),$$

$$\text{modo corriente:}\quad v_p^2 - R_N I_{sc}\, v_p + R_N P_{in} = 0 \;\Rightarrow\; v_p = \tfrac{1}{2}\Big(R_N I_{sc} \pm \sqrt{(R_N I_{sc})^2 - 4R_N P_{in}}\Big).$$

Se descartan las raíces fuera de su tramo ($i_p > I_1$ en el modo tensión, $v_p > V_1$ en el modo corriente) o físicamente absurdas ($i_p > I_{sc}$, $v_p > V_{oc}$). Si $P_{in} > V_1 I_1$ no hay solución: el panel no puede dar esa potencia.

Ejemplo 10 – CPL de 100 W con el panel de apuntes

Modo tensión:

$$v_p = \tfrac{1}{2}\big(24 \pm \sqrt{576 - 4\cdot 0{,}7273\cdot 100}\big) = \tfrac{1}{2}(24 \pm 16{,}88)$$

Raíces: $v_p = 20{,}44$ V ($i_p = 4{,}892$ A$< I_1$, válida) ó 3,56 V (inválida, $< V_1$).
Modo corriente:

$$v_p = \tfrac{1}{2}\big(240 \pm \sqrt{240^2 - 4\cdot 40\cdot 100}\big) = \tfrac{1}{2}(240 \pm 203{,}96)$$

Raíces: $v_p = 18{,}02$ V ($i_p = 5{,}550$ A$> I_1$, válida) ó 221,98 V (inválida).
Hay, pues, **dos** puntos de trabajo válidos:

$$A:\ (18{,}02\,\text{V},\ 5{,}550\,\text{A}) \qquad\qquad B:\ (20{,}44\,\text{V},\ 4{,}892\,\text{A})$$

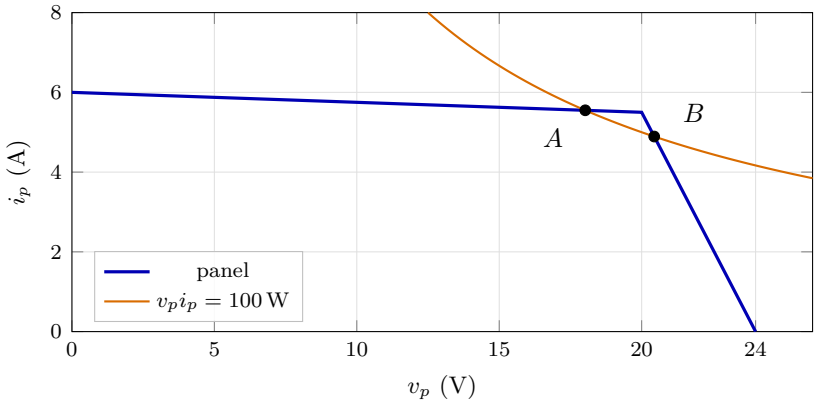


Figura 6. La hipérbola de potencia constante corta el panel en A (modo corriente) y B (modo tensión).

Revisar

«Potencia del panel». Hay dos magnitudes distintas: la que entra al convertidor, $v_p i_p = P_{in}$, y la de la fuente interna del Thevenin, $V_{oc} i_p = P_{in} + R_{th} i_p^2$ (incluye la pérdida en R_{th}). En los exámenes de 2016 y julio de 2021 las soluciones usan criterios distintos (4400 W en bornes frente a 4527 W de la fuente). En estos apuntes «potencia del panel» es siempre la de *bornes*, $v_p i_p$. Igualmente, la energía que almacena la batería es $P_{out} \cdot t$ (tras el rendimiento), no $P_{in} \cdot t$.

Fórmulas clave – sección 5

$$v_p = (1-d)V_o \text{ (elevador)}, \qquad P_{in} = \frac{V_{bat} I_{out}}{\eta}, \qquad R_{th} i_p^2 - V_{oc} i_p + P_{in} = 0, \qquad P_{in} \le V_1 I_1.$$

P&O: $\Delta P > 0 \Rightarrow$ mismo sentido; $\Delta P < 0 \Rightarrow$ sentido contrario; oscilación en torno al MPP de amplitud $\sim \Delta d$.

6 Impedancia incremental del panel y estabilidad (Middlebrook)

6.1 Resistencia incremental del panel

En pequeña señal el panel es una resistencia $r_p = -\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}i_p$ (más la capacidad parásita del panel, si se da). Del modelo a tramos:

$$r_p = R_N \text{ (grande, modo corriente)}, \qquad r_p = R_{th} \text{ (pequeña, modo tensión)}.$$

La figura muestra $r_p(v_p)$ del modelo numérico junto con la resistencia estática v_p/i_p: ambas se cruzan en el MPP, y r_p cae unos tres órdenes de magnitud al pasar de la zona plana a la vertical.

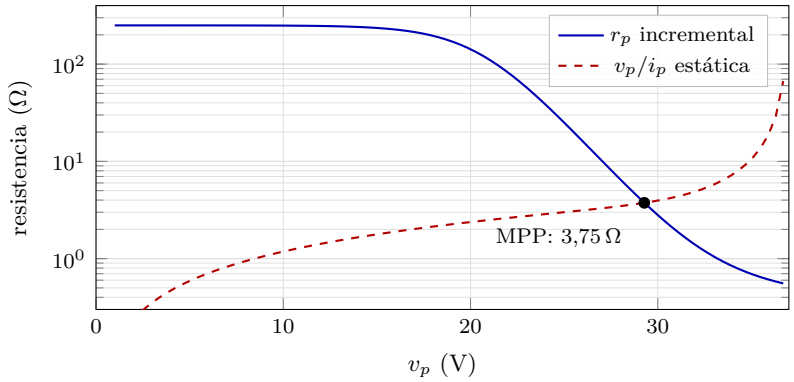


Figura 7. Resistencia incremental y estática del módulo del ejemplo 1.

v_p (V)	5	20	29,28 (MPP)	32	34	36
r_p (Ω)	250	142	3,75	1,39	0,84	0,60

6.2 Convertidor de potencia constante: Z_{in} negativa

Si $v_p i_p = P_{in}$ es constante, $v_p = P_{in}/i_p$ y la impedancia incremental de entrada es

$$Z_{in} = \frac{\partial v_p}{\partial i_p}\Big|_Q = -\frac{P_{in}}{I^2} = -\frac{V^2}{P_{in}}.$$

Es una resistencia *negativa*: más tensión implica menos corriente. Con el punto B del ejemplo 10:

$$Z_{in} = -\frac{20{,}44^2}{100} = \underline{-4{,}18\,\Omega}$$

Con A: $Z_{in} = -18{,}02^2/100 = -3{,}25\,\Omega$.

6.3 Estabilidad en continua del punto de trabajo

Con una capacidad C en el nudo, $C\dot{v}_p = i_p(v_p) - P_{in}/v_p$. Linealizando alrededor de V:

$$C\,\dot{\tilde{v}}_p = \Big(-\frac{1}{r_p} + \frac{P_{in}}{V^2}\Big)\tilde{v}_p \quad\Longrightarrow\quad \text{estable} \iff r_p < \frac{V^2}{P_{in}} = |Z_{in}|.$$

Es el criterio de Middlebrook a frecuencia cero. Ejemplo 10: A tiene $r_p = R_N = 40 > 3{,}25\ \Omega \Rightarrow$ **inestable**; B tiene $r_p = R_{th} = 0{,}727 < 4{,}18\ \Omega \Rightarrow$ **estable**. De las dos raíces del apartado anterior sólo la del modo tensión es un punto de trabajo utilizable.

6.4 Filtro de entrada y criterio de Middlebrook

Entre panel y convertidor suele haber un filtro EMI. Si Z_{out} es la impedancia que ve el convertidor hacia el panel+filtro y Z_{in} la del convertidor, el sistema es estable si $|Z_{out}(j\omega)| \ll |Z_{in}(j\omega)|$ para todo ω. En la práctica se pide un margen de 6 dB:

$$|Z_{out}(j\omega)| < \tfrac{1}{2}|Z_{in}| \ \ \forall\omega \qquad \text{(es condición suficiente, no necesaria).}$$

Para el panel en modo tensión con un filtro L serie y C a masa:

$$Z_{out}(s) = \left(R_{th} + sL\right) \parallel \frac{1}{sC}, \qquad Z_0 = \sqrt{L/C}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

$$|Z_{out}(jf_0)| \approx \frac{Z_0^2}{R_{th}} \quad \text{(pico, si } Z_0 \gg R_{th}\text{)}.$$

Ahora Z_{out} a frecuencia cero es r_p (el panel); en modo corriente es $R_N \parallel C_P$, que a bajas frecuencias vale $R_N \gg |Z_{in}|$.

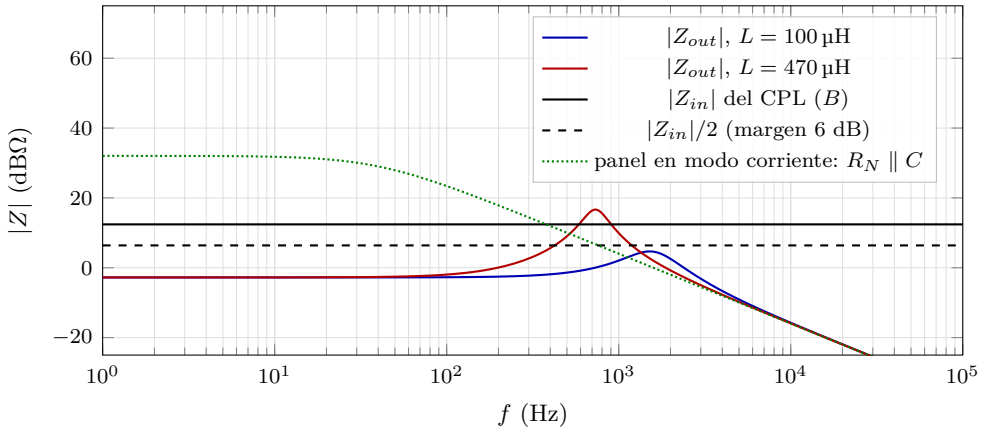


Figura 8. Ejemplo 11: $|Z_{out}|$ del panel de apuntes en modo tensión ($R_{th} = 0{,}727\,\Omega$) con filtro L–C ($C = 100\,\mu$F) frente a $|Z_{in}| = 4{,}18\,\Omega$ (12,4 dBΩ) del CPL de 100 W en el punto B. Con $L = 470\,\mu$H el pico supera a $|Z_{in}|$.

Ejemplo 11 – filtro del CPL del ejemplo 10 (punto B)

$C = 100\,\mu$F, $|Z_{in}| = 4{,}18\,\Omega = 12{,}42\,$dBΩ, $R_{th} = 0{,}727\,\Omega$.

- $L = 100\,\mu$H: $Z_0 = 1{,}00\,\Omega$, $f_0 = 1{,}59\,$kHz. Pico exacto de $|Z_{out}|$: $1{,}71\,\Omega = 4{,}68\,$dBΩ a 1,52 kHz. Margen frente a $|Z_{in}|$: $7{,}74\,$dB > 6 dB $\Rightarrow$ **estable con margen**.
- $L = 470\,\mu$H: $Z_0 = 2{,}17\,\Omega$, $f_0 = 734\,$Hz. Pico: $6{,}80\,\Omega = 16{,}65\,$dBΩ a 741 Hz. Margen: $-4{,}23\,$dB $< 0 \Rightarrow$ **no cumple Middlebrook** (el sistema puede ser inestable).

(Los picos son los valores exactos de $|Z_{out}(j\omega)|$ calculados numéricamente; la estimación Z_0^2/R_{th} da 1,375 Ω y 6,46 Ω: subestima ambos picos, sobre todo el primero, porque su $Q \approx 1{,}4$ es baja.) Remedio: amortiguar el filtro con una rama R_d–C_d en paralelo con C ($C_d \sim 4C$, $R_d \sim Z_0$).

Fórmulas clave – sección 6

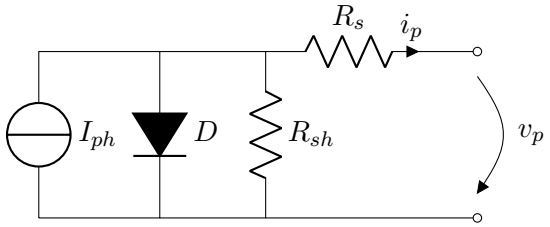
$$Z_{in} = -\frac{V^2}{P_{in}} = -\frac{P_{in}}{I^2}, \qquad \text{estable en cc} \iff r_p < |Z_{in}|,$$

$$Z_{out} = (R_{th} + sL) \parallel \tfrac{1}{sC}, \qquad \text{Middlebrook: } |Z_{out}| < \tfrac{1}{2}|Z_{in}| \ \forall\omega \text{ (margen 6 dB)}.$$

7 [COMPLEMENTO] Modelo de un diodo, temperatura, serie/paralelo y otros MPPT

Todo este apartado procede de conocimientos estándar de energía solar, no de las diapositivas; no es materia examinable según el material del curso, pero explica las curvas dibujadas.

7.1 Modelo de un diodo



$$i_p = I_{ph} - I_0\left[\exp\left(\frac{v_p + R_s i_p}{a}\right) - 1\right] - \frac{v_p + R_s i_p}{R_{sh}}, \qquad a = n\,N_s\,V_T, \quad V_T = \frac{kT}{q}.$$

$I_{ph} \propto G$; $V_{oc} \approx a\ln(I_{ph}/I_0)$ crece sólo con $\ln G$. Las curvas de estos apuntes usan $N_s = 60$, $n = 1{,}3$ ($a = 2{,}004\,\text{V}$ a $25\,^\circ\text{C}$), $R_s = 0{,}30\,\Omega$, $R_{sh} = 250\,\Omega$, $E_g = 1{,}12$ eV, y $I_{ph} = 8{,}510\,\text{A}$, $I_0 = 8{,}02 \cdot 10^{-8}\,\text{A}$, ajustados para $I_{sc} = 8{,}50$ A y $V_{oc} = 37{,}0$ V. La zona plana corresponde a R_{sh} y la vertical al diodo con R_s.

7.2 Temperatura

Al subir T baja V_{oc} (el diodo conduce antes), sube muy poco I_{sc} y baja P_{mpp}.

T (°C)	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	V_{mpp} (V)	P_{mpp} (W)
0	8,394	39,99	32,39	252,5
25	8,500	37,00	29,28	228,7
50	8,606	33,97	26,22	204,5
75	8,712	30,91	23,20	180,0

Coeficientes del modelo entre 25 y 50 °C: $\Delta V_{oc}/V_{oc} = -0{,}33\,\%/^\circ\text{C}$ y $\Delta P_{mpp}/P_{mpp} = -0{,}42\,\%/^\circ\text{C}$; I_{sc} sube $+0{,}05\,\%/^\circ\text{C}$ (valores típicos del Si cristalino).

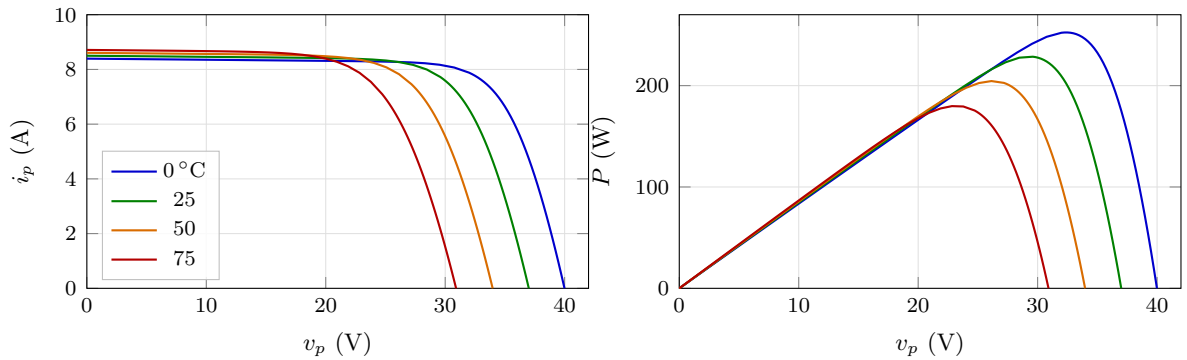


Figura 9. Efecto de la temperatura de célula a $G = 1$: la tensión se desplaza mucho; la corriente casi no.

7.3 Serie y paralelo

N_s módulos en serie y N_p ramas en paralelo: $V_{oc,tot} = N_s V_{oc}$, $I_{sc,tot} = N_p I_{sc}$, $V_{1,tot} = N_s V_1$, $I_{1,tot} = N_p I_1$ y

$$R_{N,tot} = \frac{N_s}{N_p} R_N, \qquad R_{th,tot} = \frac{N_s}{N_p} R_{th}.$$

Con sombreado parcial, el módulo sombreado limita la corriente de toda la serie y los diodos de bypass crean varios máximos locales en la P–V (figura): un MPPT local puede quedarse en uno que no es el global.

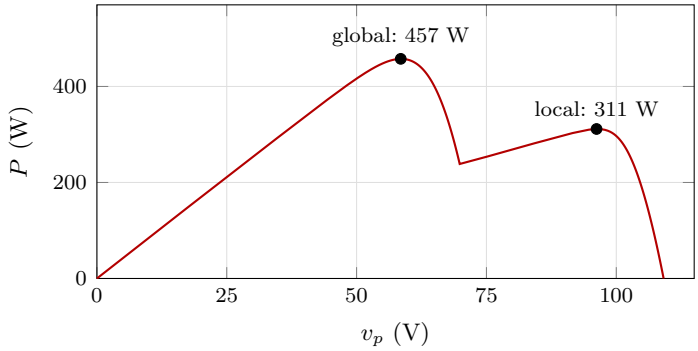


Figura 10. Tres módulos en serie con bypass, uno al 40 % de irradiancia: dos máximos.

7.4 Otros MPPT

Conductancia incremental: en el MPP $\mathrm{d}P/\mathrm{d}v_p = 0 \Leftrightarrow \mathrm{d}i_p/\mathrm{d}v_p = -i_p/v_p$; se compara la conductancia incremental con la estática (es la misma condición $r_p = v_p/i_p$ de la sección 1). **Tensión constante:** $V_{mpp} \approx kV_{oc}$ con $k \approx 0{,}8$ (el módulo del ejemplo 1 da 0,79). **Corriente constante:** $I_{mpp} \approx 0{,}9\, I_{sc}$ (0,92 en el ejemplo).

8 Errores típicos y mini-tests

Errores típicos

1. Suponer un modo y no comprobar que el resultado cae dentro de su tramo ($v_p \lessgtr V_1$, $i_p \lessgtr I_1$).
2. Confundir R_N (grande, modo corriente) con R_{th} (pequeña, modo tensión); usar $R_{th} = V_1/(I_{sc} - I_1)$ o $R_N = (V_{oc} - V_1)/I_1$.
3. Escribir la condición de R_L como I_{mpp}/V_{mpp} (diapositiva 13) en lugar de V_{mpp}/I_{mpp}.
4. Dar la raíz inválida de la ecuación de segundo grado del CPL ($i_p > I_{sc}$ o $v_p > V_{oc}$).
5. Olvidar el signo de Z_{in} y el rendimiento: $P_{in} = P_{out}/\eta$, no $P_{out}\eta$.
6. Aplicar Middlebrook comparando valores sin módulos o a una sola frecuencia: hay que comparar las curvas en *todo* el eje de frecuencias.
7. Mezclar convenios de signo de i_{bat} (carga o descarga) sin declararlo.

Mini-tests.

1. Un panel tiene $I_{sc} = 10$ A, $I_1 = 9$ A, $V_1 = 15$ V, $V_{oc} = 18$ V. ¿Cuánto valen R_N y R_{th}?
2. Con el panel anterior conectado a una batería de 12 V, ¿en qué modo trabaja y qué corriente da?
3. Misma situación con una carga de 2 Ω: ¿modo? (Frontera $V_1/I_1 = 1{,}67$ Ω.)
4. ¿Qué ocurre con I_{sc} y V_{oc} si G baja a la mitad?
5. Un CPL de $P_{in} = 60$ W trabaja a 15 V. ¿Cuánto vale Z_{in}?
6. En el apartado 5 de la sección 6, ¿por qué se descarta el punto de trabajo en modo corriente?
7. El P&O mide $P(k) < P(k-1)$ tras haber aumentado d. ¿Qué hace?

Respuestas. (1) $R_N = 15/1 = 15\,\Omega$, $R_{th} = 3/9 = 0{,}333\,\Omega$. (2) $12 < 15$: modo corriente, $i_p = 10 - 12/15 = 9{,}2$ A. (3) $2 > 1{,}67$: modo tensión, $i_p = 18/(0{,}333 + 2) = 7{,}71$ A, $v_p = 15{,}4$ V. (4) I_{sc} baja a la mitad; V_{oc} baja poco (logarítmicamente). (5) $Z_{in} = -15^2/60 = -3{,}75\,\Omega$. (6) Porque $r_p = R_N \gg |Z_{in}|$: es inestable. (7) Invierte el sentido: disminuye d.