Apuntes

Gestión Electrónica de la Energía Eléctrica

Tema 5 – Rectificadores e inversores

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Versión v1.0

Índice general

1 El diodo y los rectificadores sin filtro **2**

2 Rectificadores con filtro capacitivo [COMPLEMENTO] **5**

3 Inversor en puente completo: onda cuadrada, PWM y filtro LC **8**

4 Potencia con señales senoidales y con armónicos **13**

5 El rectificador visto desde la red: FP y THD con y sin C_f **17**

6 Inversor conectado a la red: armónicos por superposición **21**

7 Formulario, errores típicos y cómo se pregunta en examen **25**

Mapa del tema en una página

El Tema 5 junta dos mundos que se examinan casi siempre *a la vez*: (i) cómo se **genera/convierte** la tensión alterna o continua (diodo, rectificador de media onda y de puente con y sin condensador, inversor en puente completo con onda cuadrada o PWM, filtro LC) y (ii) cómo se **mide el daño** que hacen las corrientes no senoidales en la red (potencia activa/reactiva/de distorsión, factor de potencia FP y distorsión armónica total THD, llamada DAT en las diapositivas).

Lo que casi seguro cae en examen: (1) corriente de un rectificador como suma de armónicos $\Rightarrow$ P, S, FP, THD con y sin C_f en paralelo con la red (§5); (2) inversor conectado a la red a través de L (y R) con tensión de salida con armónicos o cuadrada: superposición armónico a armónico (§6); (3) preguntas teóricas de formas de onda, espectro y filtro (§1–3).

Convenios y notación de estos apuntes

- Valores eficaces con subíndice ef (o sin subíndice si no hay duda); amplitudes con $\hat{x}$ o V_p; armónico n: V_n, I_n (eficaces salvo que se diga pico). x_n *pico* se indica expresamente.
- Frecuencia de la red f ($\omega = 2\pi f$): 50 Hz en red civil y 400 Hz en aeronáutica (115 V_{ef} en los exámenes). Frecuencia del inversor f_o, de conmutación f_{sw}.
- Desfase de un armónico: $\varphi_n = \varphi_{v,n} - \varphi_{i,n}$ (tensión menos corriente). $\varphi > 0$: carga inductiva (corriente *retrasada*); $\varphi < 0$: capacitiva.
- THD (DAT) $= \sqrt{\sum_{n\geq 2} I_n^2} \,/\, I_1$ (respecto al *fundamental*, no al eficaz total).
- Las secciones marcadas **[COMPLEMENTO]** amplían lo que dan las diapositivas con material estándar de electrónica de potencia; el resto sigue el temario del curso.

1 El diodo y los rectificadores sin filtro

1.1 Modelos del diodo

Un diodo de silicio conduce de ánodo (A) a cátodo (K) cuando $u_D = u_A - u_K$ supera la tensión de codo $V_\gamma \approx 0{,}6$ V; en inversa solo circula una corriente minúscula $-I_S$. Hay tres niveles de modelo y hay que saber cuál usar:

Modelo	Ecuación	Cuándo usarlo
Shockley (exacto)	$i_D = I_S\left(e^{u_D/(nV_T)} - 1\right)$, $V_T = kT/q \approx 25{,}9$ mV	análisis fino, no se pide en examen
Lineal (con V_γ, r_D)	$u_D = V_\gamma + r_D i_D$ si $i_D > 0$; $i_D = 0$ si $u_D < V_\gamma$	tensiones de pocos V o cargas de baja tensión
Ideal	$u_D > 0 \Rightarrow$ cortocircuito; $i_D = 0 \Rightarrow u_D \leq 0$	red de 115–230 V: $V_\gamma \ll V_p$ (error $< 1\,\%$)

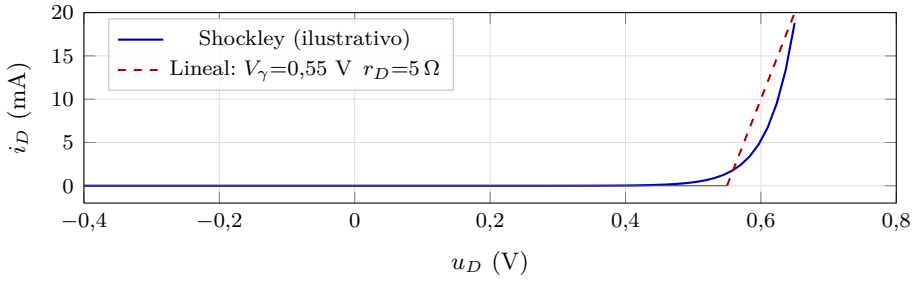


Figura 1. Característica del diodo: exponencial real y linealización por tramos (codo en V_γ, pendiente $1/r_D$). El diodo ideal es el límite $V_\gamma \to 0$, $r_D \to 0$.

1.2 Rectificador de media onda con carga resistiva

Un diodo en serie con la carga R_L deja pasar solo los semiciclos positivos (Fig. 2): $u_g > 0 \Rightarrow D$ conduce y $u_S = u_g$; $u_g < 0 \Rightarrow D$ abierto, $u_S = 0$ y todo el semiciclo negativo cae en el diodo ($u_D = u_g$, hay que dimensionar su tensión inversa $\geq V_p$).

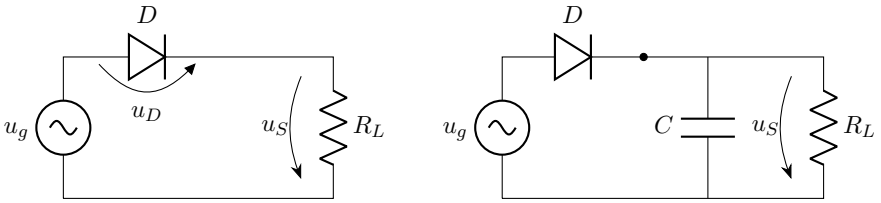


Figura 2. Media onda: sin filtro (izquierda) y con condensador de filtro (derecha, §2).

Valor medio y eficaz ($u_g = V_p \sin \omega t$, diodo ideal). Solo cuenta el semiciclo positivo:

$$\langle u_S \rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_p \sin\theta \, d\theta = \frac{V_p}{\pi}, \qquad u_{S,\text{ef}}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_p^2 \sin^2\theta \, d\theta = \frac{V_p^2}{4} \;\Rightarrow\; u_{S,\text{ef}} = \frac{V_p}{2}.$$

Cociente $u_{S,\text{ef}}/\langle u_S \rangle = \pi/2 = 1{,}57$ (factor de forma) y factor de rizado $r = \sqrt{(\pi/2)^2 - 1} = 1{,}21$: la salida es *casi todo rizado*.

Diodo real [COMPLEMENTO] Con V_γ y r_D la corriente es $i = (V_p \sin\theta - V_\gamma)/(R + r_D)$ para $\theta \in [\theta_0, \pi - \theta_0]$, con $\theta_0 = \arcsin(V_\gamma/V_p)$. Integrando,

$$\langle i \rangle = \frac{2V_p \cos\theta_0 - V_\gamma(\pi - 2\theta_0)}{2\pi\,(R + r_D)}. \tag{1}$$

Ejemplo 2.1 – media onda con diodo real

$V_p = 10\,\text{V}$, $V_\gamma = 0{,}7\,\text{V}$, $r_D = 0{,}5\,\Omega$, $R = 19{,}5\,\Omega$ (total $20\,\Omega$).
Ángulo de conducción y corriente máxima:

$$\theta_0 = \arcsin 0{,}07$$
$$= 4{,}01^\circ \qquad (\text{conduce } 171{,}97^\circ,\ \text{casi el semiciclo})$$

$$I_{max} = \frac{10 - 0{,}7}{20} = 0{,}465\,\text{A}$$

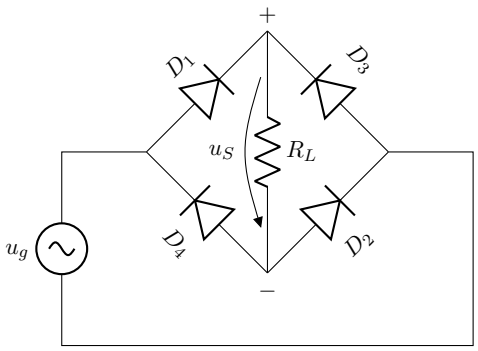
Valor medio de la corriente:

$$\langle i \rangle = \frac{2 \cdot 10 \cos\theta_0 - 0{,}7(\pi - 2\theta_0)}{2\pi \cdot 20}$$
$$= \underline{142{,}0\,\text{mA}}$$

Con diodo ideal ($V_p/\pi R_{tot}$) sería 159,2 mA: el codo resta un 10,7 % (verificado por integración numérica).

1.3 Rectificador de doble onda (puente de Graetz)

Cuatro diodos en puente (Fig. 3). Con $u_g > 0$ conducen D_1 y D_2; con $u_g < 0$, D_3 y D_4. La corriente por R_L circula *siempre en el mismo sentido*: $u_S = |u_g|$.



$u_g > 0$: D_1, D_2 en conducción; D_3, D_4 bloqueados (soportan u_g).
$u_g < 0$: D_3, D_4 en conducción; D_1, D_2 bloqueados.
La corriente de carga siempre baja de + a − ⇒ $u_S = |u_g|$ (con diodos reales, $|u_g| - 2V_\gamma$).

Figura 3. Puente de Graetz. Si se añade C en paralelo con R_L se obtiene el rectificador de doble onda con filtro.

Valor medio y eficaz. Con $u_S = V_p|\sin\theta|$ (periodo π):

$$\langle u_S \rangle = \frac{2V_p}{\pi} = 0{,}637V_p, \quad u_{S,\text{ef}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = 0{,}707V_p,$$

$$\frac{u_{S,\text{ef}}}{\langle u_S \rangle} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11, \quad r = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 0{,}483.$$

Curiosidad útil: 0,483 es también la DAT de la onda cuadrada (§3): ambos usan $\sum_{n\,\text{impar}} 1/n^2 = \pi^2/8$.

Armónicos de la tensión rectificada [COMPLEMENTO]. $|\sin\theta| = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi}\sum_{k\geq 1} \frac{\cos 2k\theta}{4k^2 - 1}$: la componente dominante de rizado está a $2f$ con amplitud $\frac{4}{3\pi}V_p = 0{,}424V_p$, es decir el 66,7 % del valor medio; después $4f$ (13,3 % de $\langle u_S \rangle$), etc. Por eso un condensador (filtro pasobajo) se dimensiona para $f_r = 2f$.

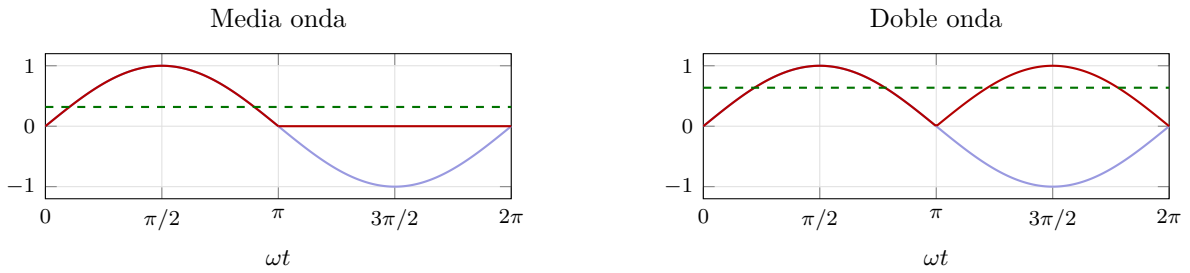


Figura 4. u_g/V_p (gris), u_S/V_p (rojo) y valor medio (verde discontinuo): $1/\pi$ en media onda, $2/\pi$ en doble onda.

Resumen §2: rectificadores sin filtro, diodo ideal

	Media onda	Puente (doble onda)
$\langle u_S \rangle$	$V_p/\pi = 0{,}318 V_p$	$2V_p/\pi = 0{,}637 V_p$
$u_{S,\text{ef}}$	$V_p/2$	$V_p/\sqrt{2}$
Factor de forma / de rizado	1,57 / 1,21	1,11 / 0,483
Frecuencia del rizado	f	$2f$
Diodos conduciendo	1	2 (en serie con la carga)
Caída con diodo real	V_γ	$2V_\gamma$
Tensión inversa máx. por diodo	V_p	V_p

Errores típicos

- Usar V_p/π para el puente (es $2V_p/\pi$) o confundir valor *medio* con *eficaz* (el eficaz es mayor; sirve para potencia, el medio para la batería/corriente DC).
- Olvidar que en el puente hay **dos** diodos en serie con la carga: con V_p pequeño (p. ej. 12 V) la pérdida $2V_\gamma$ ya no es despreciable.
- Con tensión de red ($\geq$ 115 V ef.) el codo del diodo *no* se incluye salvo que el enunciado dé V_γ y r_D.

2 Rectificadores con filtro capacitivo [COMPLEMENTO]

Las diapositivas solo dibujan la forma de onda; los exámenes piden además el *rizado*, la tensión media y el *ángulo de conducción* (de ello depende la corriente de pico por diodo y por tanto la distorsión de la corriente de red, §5).

2.1 Funcionamiento

Con C en paralelo con R_L (Figs. 2, 3), el diodo **solo conduce mientras u_g (rectificada) supera la tensión del condensador** u_C. Fuera de ese intervalo corto cercano al pico, C se descarga sobre R_L:

$$u_C(t) = u_C(t_1)\, e^{-(t-t_1)/RC} \qquad \text{(diodo cortado)}.$$

La carga repuesta en cada pulso es la que se ha perdido en la descarga, así que C entrega casi toda la corriente de carga y el diodo/la red *solo ven pulsos estrechos y altos* (Fig. 5).

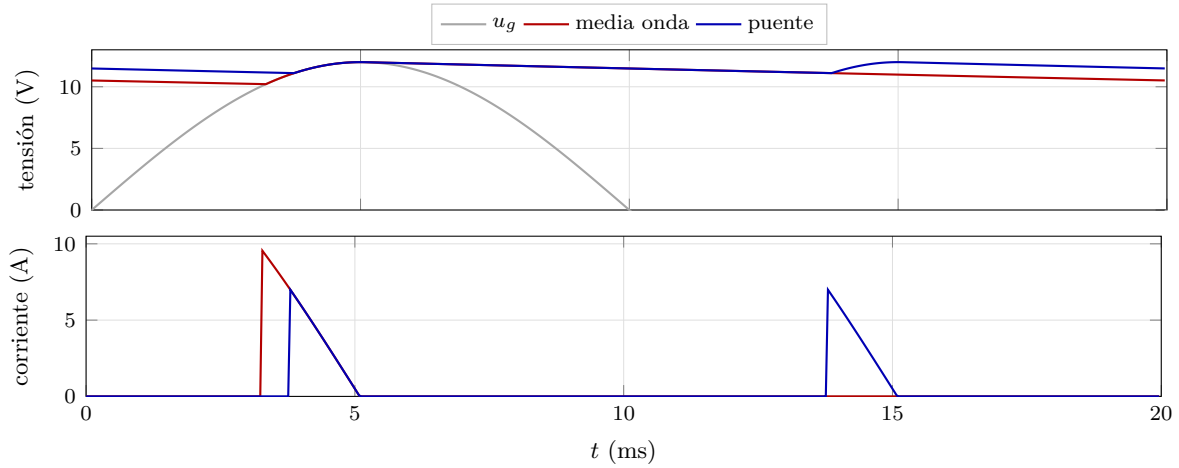


Figura 5. Simulación exacta ($V_p = 12\,\text{V}$, $50\,\text{Hz}$, $R = 24\,\Omega$, $C = 4700\,\mu\text{F}$, diodos ideales): arriba, tensión de salida; abajo, corriente por la fuente/diodo. El puente conduce dos veces por periodo, con la mitad de rizado.

2.2 Rizado, tensión media y ángulo de conducción

Sea f_r la frecuencia de rizado ($f_r = f$ en media onda, $f_r = 2f$ en puente) y $RC \gg T_r = 1/f_r$. Con corriente de carga casi constante $I_o \simeq V_p/R$, la descarga es una **rampa** de duración casi T_r:

$$\Delta V_{pp} \simeq \frac{I_o\, T_r}{C} = \frac{I_o}{f_r C} = \frac{V_p}{R\, f_r\, C}, \qquad V_{\text{dc}} \simeq V_p - \frac{\Delta V_{pp}}{2}, \qquad \frac{\Delta V_{pp}}{V_p} \simeq \frac{1}{R f_r C}. \tag{2}$$

Más exacta (descarga exponencial durante $t_d \approx T_r$): $\Delta V_{pp} = V_p\big(1 - e^{-T_r/RC}\big)$. La fórmula (2) **sobrestima** algo el rizado (porque I_o real es la de V_{dc}, no la de V_p) y es una cota conservadora.

Ángulo de conducción. El diodo empieza a conducir cuando u_g iguala el mínimo $V_{min} = V_p - \Delta V_{pp}$ y deja de hacerlo justo pasado el pico:

$$\theta_{on} = \arcsin\Big(1 - \frac{\Delta V_{pp}}{V_p}\Big), \qquad \theta_{cond} \simeq \frac{\pi}{2} - \theta_{on} \simeq \sqrt{\frac{2\Delta V_{pp}}{V_p}} \ \text{(rad; si } \Delta V_{pp} \ll V_p\text{)}.$$

(Deducción: $1-\sin\theta_{on} \approx \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2}-\theta_{on})^2$ para ángulo pequeño.) Como la carga media debe reponerse en θ_{cond}, la corriente en el pulso rectangular equivalente es

$$I_{eq} \simeq \frac{Q}{t_c} = \frac{I_o/f_r}{\theta_{cond}/\omega} = \frac{\omega}{f_r\,\theta_{cond}}\, I_o = \begin{cases} \dfrac{2\pi}{\theta_{cond}} I_o & \text{media onda} \\[2ex] \dfrac{\pi}{\theta_{cond}} I_o & \text{puente} \end{cases} \tag{3}$$

Cuanto menor es el rizado, más estrecho es el pulso y más alta es la corriente de pico ($\propto 1/\sqrt{\Delta V}$): un compromiso rizado/corriente que castiga a la red y a los diodos. El pico real aparece **al empezar a conducir**: en ese instante $i_D = C\,\frac{du_g}{dt} + \frac{V_{min}}{R} = \omega C V_p \cos\theta_{on} + V_{min}/R$ (salta de 0 a ese valor; es mayor que I_{eq}).

Ejemplo 3.1 – media onda con condensador

$V_p = 12\,\text{V}$, $f = 50\,\text{Hz}$, $R = 24\,\Omega$, $C = 4700\,\mu\text{F}$ ($RC = 112{,}8\,\text{ms} \gg T$).

Corriente de carga, rizado y tensión media:

$$I_o \simeq \frac{12}{24} = 0{,}5\,\text{A}$$

$$\Delta V_{pp} \simeq \frac{0{,}5}{50 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-3}} = \underline{2{,}13\,\text{V}}$$

$$V_{\text{dc}} \simeq 12 - 1{,}06 = \underline{10{,}94\,\text{V}}$$

Ángulo de conducción y corriente equivalente:

$$\theta_{on} = \arcsin\!\left(1 - \frac{2{,}13}{12}\right) = 55{,}4^\circ$$

$$\theta_{cond} \simeq 34{,}6^\circ \qquad (t_c = 1{,}9\,\text{ms})$$

$$I_{eq} = \frac{2\pi}{0{,}604} \cdot 0{,}5 = 5{,}3\,\text{A} \qquad (10{,}6\,I_o)$$

Simulación exacta (Fig. 5): $\Delta V_{pp} = 1{,}79\,\text{V}$, $V_{\text{dc}} = 11{,}11\,\text{V}$, conduce de 58,3° a 91,6° y el pico de corriente es 9,7 A (estimación al arrancar con θ_{on} aproximado: $\omega C V_p \cos\theta_{on} + V_{min}/R = 10{,}5\,\text{A}$). La fórmula sobrestima el rizado un 19 % y subestima el pico: úsala para dimensionar, no para predecir.

2.3 Dimensionado, 50 Hz frente a 400 Hz

De (2): $C \geq \dfrac{I_o}{f_r\,\Delta V_{pp}} = \dfrac{1}{R\,f_r\,(\Delta V_{pp}/V_p)}$. A igual rizado relativo, $C \propto 1/f_r$:

$R = 10\,\Omega$, rizado $\leq 2\,\%$	media onda 50 Hz	puente 50 Hz	puente 400 Hz
$C_{min} = 1/(R f_r \cdot 0{,}02)$	100 mF	50 mF	6,25 mF

Esa es la razón de trabajar a 400 Hz en aviones (equipos más ligeros): el condensador es 8 veces menor.

Resumen §3

$$\Delta V_{pp} \simeq \frac{V_p}{R f_r C} \qquad V_{\mathrm{dc}} \simeq V_p - \frac{\Delta V_{pp}}{2} \qquad \theta_{cond} \simeq \sqrt{2\Delta V_{pp}/V_p} \qquad I_{eq} = \frac{\pi \text{ (puente) o } 2\pi \text{ (media)}}{\theta_{cond}} I_o$$

Errores típicos

- Usar f en lugar de $f_r = 2f$ en el puente (el rizado sale el doble de grande).
- Restar ΔV_{pp} en vez de $\Delta V_{pp}/2$ para la tensión media, o suponer $V_{\mathrm{dc}} = V_p$ (no hay rizado) cuando se pide el dimensionado.
- Pensar que *más* capacidad es siempre mejor: reduce el rizado pero aumenta la corriente de pico, estrecha el pulso y empeora *FP* y THD de la red.
- En un examen con condensador C_f *en paralelo con la red* (§5) no es este filtro: es un condensador de entrada que solo modifica el *fundamental*.

3 Inversor en puente completo: onda cuadrada, PWM y filtro LC

3.1 Topología y estados

Cuatro interruptores (MOSFET) $M_1 \ldots M_4$ conectan la carga a un bus continuo V_{in} (Fig. 6). Las señales de disparo d_1 (para M_1, M_2) y d_2 (para M_3, M_4) son **complementarias**: si coincidieran se cortocircuitaría el bus (en la práctica hay un tiempo muerto entre ambas).

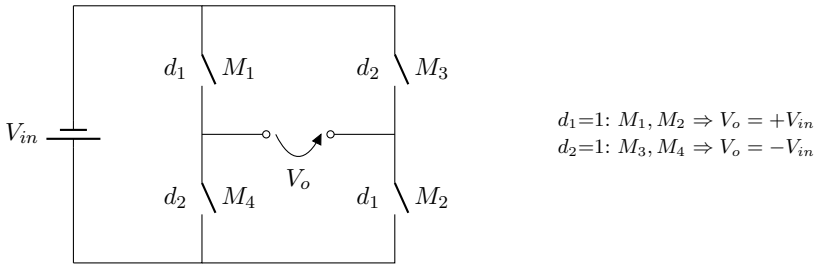


Figura 6. Inversor en puente completo (dos ramas). El punto medio izquierdo es el borne "+" de V_o.

3.2 Conmutación a baja frecuencia: onda cuadrada

Si d_1 es un pulso de duración $T/2$ con $T = 1/f_o$ y d_2 su complemento, V_o es una **onda cuadrada** de amplitud $\pm V_{in}$ y frecuencia f_o (Fig. 7). Como en general se quiere una senoide, hay que *filtrar* y quedarse con el primer armónico.

Serie de Fourier (deducción). V_o es impar y de media nula, así que solo hay términos $b_n \sin n\omega_o t$:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T V_o \sin n\omega_o t\, dt = \frac{4V_{in}}{T}\int_0^{T/2} \sin n\omega_o t\, dt = \frac{4V_{in}}{T}\cdot\frac{1-\cos n\pi}{n\omega_o} = \frac{2V_{in}}{\pi n}\big(1-(-1)^n\big)$$

$$= \begin{cases} \dfrac{4V_{in}}{n\pi} & n \text{ impar} \\ 0 & n \text{ par} \end{cases}$$

$$V_o(t) = \sum_{n=1,3,5,\ldots} \frac{4V_{in}}{n\pi}\sin(n\omega_o t), \qquad V_{n,\text{ef}} = \frac{4V_{in}}{\sqrt{2}\,\pi\, n} = \frac{0{,}900\, V_{in}}{n}.$$

Valor eficaz y DAT. $V_{o,\text{ef}} = V_{in}$ (la tensión vale $\pm V_{in}$ siempre). Con el fundamental $V_1 = 0{,}900 V_{in}$ y $\sum_{n\,\text{impar}} 1/n^2 = \pi^2/8$ (Parseval, comprobable: $V_{in}^2 = \sum V_n^2 = \frac{8V_{in}^2}{\pi^2}\sum \frac{1}{n^2}$):

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{V_{o,\text{ef}}^2 - V_1^2}}{V_1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 48{,}3\,\%, \qquad K_d = \frac{V_1}{V_{o,\text{ef}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}900.$$

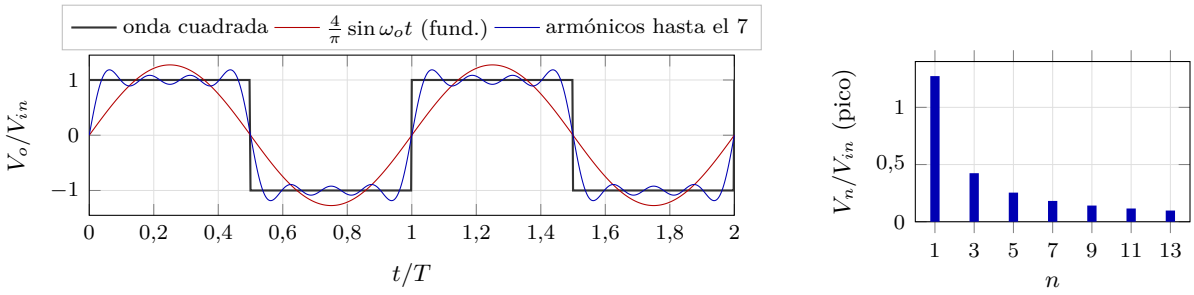


Figura 7. Onda cuadrada y sus armónicos: la envolvente cae como $1/n$ (no hay pares). La suma truncada oscila (Gibbs) en cada flanco.

Ejemplo 4.1 – espectro de un inversor cuadrado

$V_{in} = 48\,\text{V}$:

$$V_{1,\text{ef}} = 0{,}900 \cdot 48 = 43{,}2\,\text{V} \qquad V_{3,\text{ef}} = 14{,}4\,\text{V} \quad (33{,}3\,\%)$$

$$V_{5,\text{ef}} = 8{,}64\,\text{V} \quad (20\,\%) \qquad V_{7,\text{ef}} = 6{,}17\,\text{V} \quad (14{,}3\,\%)$$

El tercer armónico solo está 1,6 octavas por encima del fundamental y vale un tercio de él: es el que mide la dificultad de filtrar.

Cuasi-cuadrada con intervalos a cero [COMPLEMENTO]. Si la tensión es $\pm V_{in}$ salvo un hueco de valor cero de ancho α a cada lado de los cruces por cero (control por desfase entre ramas), $V_n = \frac{4V_{in}}{\sqrt{2}\,\pi\, n}\cos(n\alpha)$. Para $\alpha = 30°$ desaparecen los armónicos $3, 9, 15, \ldots$; entonces $V_{o,\text{ef}} = V_{in}\sqrt{2/3}$, $V_1 = 0{,}780 V_{in}$ y THD $= 31{,}1\,\%$. Es exactamente la misma onda que la corriente de un rectificador (§5).

3.3 Filtro LC

Un filtro L en serie y C en paralelo con la carga R (Fig. 8) tiene

$$H(s) = \frac{V_L}{V_o} = \frac{1}{1 + \frac{L}{R}s + LCs^2} \xrightarrow{R\to\infty} \frac{1}{1 + LCs^2}, \qquad f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad Q = R\sqrt{C/L},$$

$|H| \to 1$ por debajo de f_c y cae a -40 dB/dec por encima, con un pico de resonancia de altura $\approx Q$ en f_c (Fig. 8).

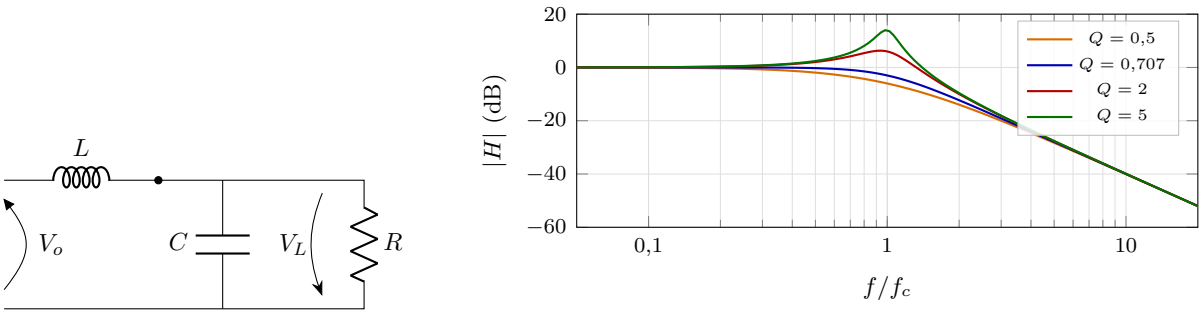


Figura 8. Filtro LC con carga y su respuesta normalizada.

Por qué no basta filtrar una cuadrada de baja frecuencia. Hay que dejar pasar f_o y atenuar $3f_o$: f_c debe quedar entre ambas, pero a solo 1,6 octavas de distancia el filtro de 2.º orden apenas separa. Con $f_c = 1{,}5f_o$ y sin amortiguar, $|H(3f_o)| = 1/|1 - (3/1{,}5)^2| = 1/3$ ($-9{,}5$ dB; la asíntota daría -12 dB) mientras que el fundamental *se amplifica* $\times 1{,}8$ por estar cerca de la resonancia. La Fig. 9 da la DAT de salida (tensión sobre C, todos los armónicos) en función de f_c/f_o: para llegar a THD $\lesssim 5\,\%$ hay que bajar f_c hasta $\approx f_o$, es decir, L y C *enormes* (dimensionados a 50 Hz) y un fundamental atenuado o resonante.

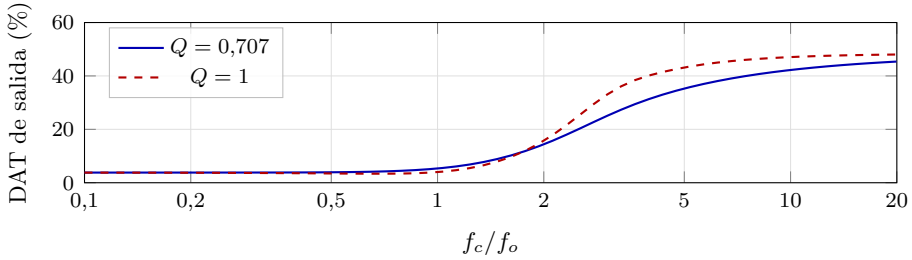


Figura 9. DAT de la tensión filtrada partiendo de una onda cuadrada (cálculo numérico con 200 armónicos). Sin filtrar: 48,3 %. Para $f_c/f_o \geq 5$ el filtro ya no actúa sobre el tercer armónico.

3.4 Conmutación a alta frecuencia: PWM

Si los MOSFET conmutan a $f_{sw} \gg f_o$ (en la práctica $f_{sw} > 20f_o$) con un ciclo de trabajo que varía senoidalmente, V_o es un tren de pulsos $\pm V_{in}$ cuyo **valor medio en cada periodo de conmutación** es una senoide de frecuencia f_o (Fig. 10). Se genera comparando una moduladora senoidal $m(t) = m_a \sin \omega_o t$ con una portadora triangular ± 1 de frecuencia f_{sw}; $m_a \leq 1$ es el índice de modulación:

$$V_o = \begin{cases} +V_{in} & m(t) > c(t) \\ -V_{in} & m(t) < c(t) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \hat{V}_{o1} = m_a V_{in}, \quad V_{1,\text{ef}} = \frac{m_a V_{in}}{\sqrt{2}} \quad \text{[COMPLEMENTO]}.$$

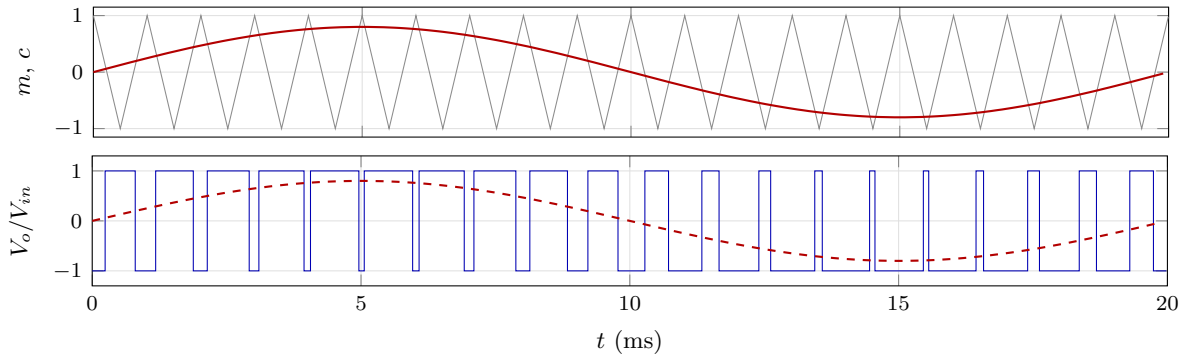


Figura 10. PWM bipolar con $m_a = 0{,}8$, $f_o = 50\,\text{Hz}$ y $f_{sw} = 1\,\text{kHz}$ (razón de frecuencias 20, solo para que se aprecie). Abajo, V_o y su valor medio local (la moduladora).

Espectro. Además de la raya de f_o aparecen grupos de armónicos **alrededor de f_{sw} y sus múltiplos**; no hay armónicos de baja frecuencia (ni el 3.º). Para $m_a = 0{,}8$ y $f_{sw}/f_o \gg 1$ (resultado numérico):

Frecuencia	f_o	f_{sw}	$f_{sw} \pm 2f_o$	$2f_{sw} \pm f_o$	$2f_{sw} \pm 3f_o$	$3f_{sw}$
Amplitud pico/V_{in}	0,800	0,818	0,220	0,314	0,139	0,171

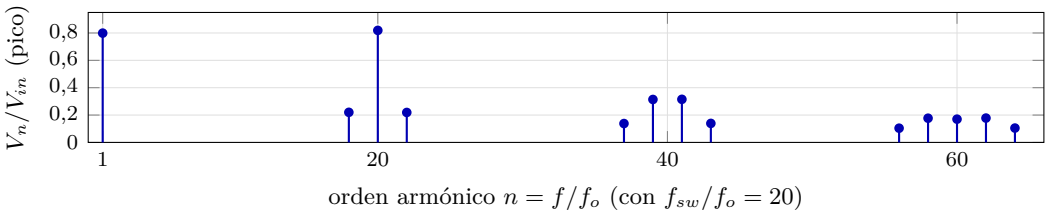


Figura 11. Espectro de la PWM de la Fig. 10 (FFT de un periodo): el filtro solo tiene que separar f_o de un grupo situado una década (o más) por encima.

Diseño del filtro. Se elige $f_o \ll f_c \ll f_{sw}$, típicamente $f_c \approx \sqrt{f_o f_{sw}}$ (media geométrica: se reparte el margen). Menor $f_c \Rightarrow$ más atenuación de los armónicos de conmutación ($\approx (f_{sw}/f_c)^2$, -40 dB/dec); mayor $f_c \Rightarrow$ L y C más pequeños, baratos y ligeros. Para fijar L y C con una R de carga conocida: $C = Q/(R\omega_c)$, $L = R/(Q\omega_c)$, o fijar L (por rizado de corriente) y calcular $C = 1/(\omega_c^2 L)$.

Ejemplo 4.2 – inversor PWM monofásico a 230 V

$V_{in} = 400\,\text{V}$, $m_a = 0{,}8$, $f_o = 50\,\text{Hz}$, $f_{sw} = 10\,\text{kHz}$, carga de $2\,\text{kW}$ a $226\,\text{V}$: $R = 26{,}5\,\Omega$. Fundamental (sin filtro):

$$V_{1,\text{ef}} = \frac{0{,}8 \cdot 400}{\sqrt{2}} = \underline{226{,}3\,\text{V}}$$

Filtro con $L = 1{,}5\,\text{mH}$ y $f_c = 1\,\text{kHz}$ (una década bajo f_{sw}; el valor geométrico $\sqrt{50 \cdot 10^4} = 707\,\text{Hz}$ daría algo más de atenuación):

$$C = \frac{1}{(2\pi \cdot 1000)^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 16{,}9\,\mu\text{F}$$

$$Q = 26{,}5\sqrt{\frac{C}{L}} = 2{,}81$$

Respuesta del filtro:

$$|H(50\,\text{Hz})| = 1{,}0023 \qquad (+0{,}02\ \text{dB},\ \arg = -1{,}0^\circ)$$

$$V_{1,\text{ef}} = 226{,}8\,\text{V}$$

$$|H(10\,\text{kHz})| = 0{,}0101 \qquad (-39{,}9\ \text{dB};\ \text{la asíntota da}\ -40\ \text{dB})$$

La raya de f_{sw} ($0{,}818 \cdot 400 = 327\,\text{V}$ pico) queda en 3,3 V pico, y

$$\text{THD} = \underline{1{,}12\,\%} \qquad (\text{FFT de la salida completa})$$

Si en cambio se filtrase una cuadrada a 50 Hz con $Q = 0{,}707$ y $f_c = f_o/2$ harían falta $L \approx 239\,\text{mH}$ y $C \approx 170\,\mu\text{F}$, es decir L 160 veces mayor, con una DAT mínima del 3,9 % y el fundamental atenuado a 0,24.

Resumen §4

- Cuadrada: $V_n = \dfrac{4V_{in}}{n\pi}$ (pico, n impar), $V_{o,\text{ef}} = V_{in}$, $V_{1,\text{ef}} = 0{,}900V_{in}$, $\text{THD} = \sqrt{\pi^2/8 - 1} = 48{,}3\,\%$.
- Cuasi-cuadrada con hueco α: $V_n \propto \cos n\alpha$; $V_{o,\text{ef}} = V_{in}\sqrt{1 - 2\alpha/\pi}$.
- Filtro LC: $f_c = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, $Q = R\sqrt{C/L}$, -40 dB/dec; $|H|_{\max} \approx Q$ para $Q > 1$.
- PWM: $\hat{V}_{o1} = m_a V_{in}$ ($m_a \leq 1$); armónicos en $f_{sw}, 2f_{sw}, \ldots$ y bandas laterales $\pm k f_o$; $f_o \ll f_c \ll f_{sw}$.

Errores típicos

- Dar la amplitud $4V_{in}/\pi$ como eficaz (hay que dividir por $\sqrt{2}$) o olvidar que el *eficaz total* de la cuadrada es V_{in}, no $0{,}9V_{in}$.
- Pensar que con PWM no hay armónicos: están, pero lejos (f_{sw}); y que el valor "medio" de la diapositiva es la *amplitud* de la senoide promediada, no una media nula.
- Poner f_c cerca de f_o para "atenuar más": se atenúa el propio fundamental y se

amplifica o desfasa si Q es alto.

4 Potencia con señales senoidales y con armónicos

4.1 Régimen senoidal: P, Q, S y cargas R, L, C

Con $v = \sqrt{2}V \sin \omega t$ e $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$ ($\varphi = \varphi_v - \varphi_i$), la potencia instantánea $p = vi = VI \cos\varphi - VI \cos(2\omega t - \varphi)$ oscila a $2f$ alrededor de P. Se definen

$$P = VI\cos\varphi \text{ [W]}, \quad Q = VI\sin\varphi \text{ [VAr]}, \quad S = VI \text{ [VA]}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{V}\mathbf{I}^* = P + jQ,$$

$$S^2 = P^2 + Q^2, \quad FP = \frac{P}{S} = \cos\varphi.$$

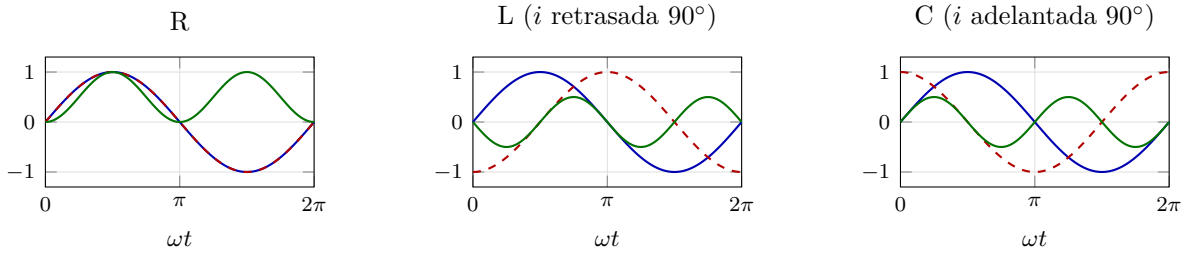


Figura 12. Tensión (azul), corriente (rojo, discontinuo) y potencia instantánea (verde) normalizadas. En R $p \geq 0$ (solo P); en L y C p tiene media nula (energía que va y viene: solo Q).

Elemento	$\mathbf{I}$ (con $\mathbf{V} = V\angle 0$)	P	Q	φ	FP
R	$V/R \angle 0$	V^2/R	0	0	1
L	$V/(\omega L) \angle -90°$	0	$+V^2/(\omega L)$ (consume)	$+90°$	0 (retraso)
C	$V\omega C \angle +90°$	0	$-V^2\omega C$ (genera)	$-90°$	0 (adelanto)

Ejemplo 5.1 – R, L y C a 50 y 400 Hz

$V = 230\,\text{V}$ ef. ($V_p = 325\,\text{V}$) y una reactancia/resistencia de $13\,\Omega$:

$$I = 17{,}7\,\text{A} \qquad S = 4{,}06\,\text{kVA}$$

Lo mismo en los tres casos (R: $P = 4{,}06\,\text{kW}$; L: $Q = +4{,}06\,\text{kVAr}$; C: $Q = -4{,}06\,\text{kVAr}$). Eso exige:

$$L = \frac{X}{\omega} = 41{,}4\,\text{mH} \qquad C = \frac{1}{\omega X} = 245\,\mu\text{F}$$

a 50 Hz, pero solo $L = 5{,}17\,\text{mH}$ y $C = 30{,}6\,\mu\text{F}$ a 400 Hz: a mayor frecuencia, la misma reactiva con componentes 8 veces menores.

Revisar

Signo de φ en las diapositivas. En los ejemplos de bobina y condensador, el diagrama fasorial rotula φ como el ángulo de la *corriente* respecto de la tensión ($-90°$ en L, $+90°$ en C), pero los cálculos de P y Q usan $\cos\varphi$, $\sin\varphi$ con $\varphi = \varphi_v - \varphi_i$ ($+90°$ en L, $-90°$ en C) y el triángulo de potencias pone $90°$ para L. Es coherente solo con la convención de estos apuntes: $\varphi = \varphi_v - \varphi_i$, $Q = VI\sin\varphi$, y $Q > 0$ en las inductancias. Además, el ejemplo del condensador mezcla grados y radianes ($\omega t + 90\pi/180$ debe leerse $\omega t + \pi/2$).

4.2 Con armónicos: valor eficaz, potencia activa y de distorsión

Una señal periódica es $x(t) = X_0 + \sum_{n\geq 1}\sqrt{2}X_n\sin(n\omega t + \theta_n)$ con X_n eficaz del armónico n. Por **ortogonalidad** ($\frac{1}{T}\int_T \sin n\omega t\,\sin m\omega t\,dt = \frac{1}{2}\delta_{nm}$ y los productos de frecuencias distintas tienen media nula):

$$x_{\text{ef}}^2 = \frac{1}{T}\int_T x^2 dt = X_0^2 + \sum_{n\geq 1} X_n^2 \qquad \text{(suma } \textit{cuadrática} \text{ de los armónicos, no suma lineal),} \quad (4)$$

$$P = \frac{1}{T}\int_T v\,i\,dt = V_0 I_0 + \sum_{n\geq 1} V_n I_n \cos\varphi_n, \qquad \varphi_n = \theta_{v,n} - \theta_{i,n}. \quad (5)$$

Solo producen potencia media los armónicos de tensión y corriente de la *misma* frecuencia. Un armónico que aparece solo en la corriente (o solo en la tensión) no aporta nada a P pero sí aumenta I_{ef}, y por tanto S.

Potencia aparente, reactiva y de distorsión. $S = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}}$ con $V_{\text{ef}}, I_{\text{ef}}$ de (4). La potencia reactiva del fundamental es $Q_1 = V_1 I_1 \sin\varphi_1$ y el resto de S no es ni activo ni reactivo en el sentido clásico: es la **potencia de distorsión** D,

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad \Big(Q = \sum_n V_n I_n \sin\varphi_n \text{ (Budeanu)}\Big), \qquad Q_{curso} \equiv \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{Q^2 + D^2}. \quad (6)$$

La definición del curso, $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$, *ya incluye* D (no coincide con $\sum V_n I_n \sin\varphi_n$ cuando hay armónicos). Lo importante en examen es $FP = P/S$.

Tensión senoidal pura (el caso de examen). Si $V = V_1$, solo el fundamental da potencia y

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{V\,I_1\cos\varphi_1}{V\,I_{\text{ef}}} = \underbrace{\frac{I_1}{I_{\text{ef}}}}_{K_d}\underbrace{\cos\varphi_1}_{K_\varphi} = \frac{\cos\varphi_1}{\sqrt{1+\text{THD}^2}},$$

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{I_{\text{ef}}^2 - I_1^2}}{I_1}, \quad K_d = \frac{1}{\sqrt{1+\text{THD}^2}}.$$

Las dos igualdades siguen de $I_{\text{ef}}^2 = I_1^2 + \sum_{n\geq 2} I_n^2 = I_1^2(1+\text{THD}^2)$. Además $D = V\sqrt{I_{\text{ef}}^2 - I_1^2} = V I_1 \text{THD} = S_1 \text{THD}$, con lo que $S^2 = S_1^2(1+\text{THD}^2) = P^2 + Q_1^2 + D^2$ (Fig. 13). Así que el factor de potencia pierde por **dos** motivos independientes: desfase del fundamental (K_φ) y forma de onda (K_d).

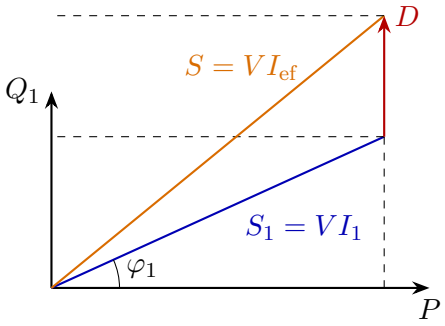


Figura 13. Potencias con armónicos de corriente y tensión senoidal: P y Q_1 en un plano, D perpendicular a él (aquí dibujado en vertical por comodidad); $FP = P/S$ y $\cos\varphi_1 = P/S_1$.

Corriente respecto de la tensión senoidal	K_d	K_φ
Pulso estrecho y alto, desplazado del pico de v	< 1	< 1
Pulso rectangular centrado en el pico de v	< 1	$= 1$
Senoidal retrasada o adelantada	$= 1$	< 1
Senoidal en fase	$= 1$	$= 1$

Ejemplo 5.2 – potencias con tensión y corriente distorsionadas

$v = 325\sin\omega t + 40\sin 3\omega t$ V, $\quad i = 14\sin(\omega t - 35°) + 6\sin(3\omega t - 80°) + 3\sin 5\omega t$ A ($\omega = 2\pi 50$).

Valores eficaces y potencia aparente:

$$V_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{325^2 + 40^2}{2}} = 231{,}5\,\text{V}$$

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{14^2 + 6^2 + 3^2}{2}} = 10{,}98\,\text{A}$$

$$S = 2541{,}7\,\text{VA}$$

Potencia activa (el 5.º no da potencia: no hay v_5):

$$P_1 = \frac{325}{\sqrt{2}}\frac{14}{\sqrt{2}}\cos 35° = 1863{,}6\,\text{W}$$

$$P_3 = \frac{40}{\sqrt{2}}\frac{6}{\sqrt{2}}\cos 80°$$
$$= 20{,}8\,\text{W} \qquad (\varphi_3 = 0 - (-80°) = +80°)$$

$$P = \underline{1884{,}4\,\text{W}} \qquad \text{(comprobado por integración numérica)}$$

Potencias reactiva y de distorsión:

$$Q_1 = 1304{,}9\,\text{VAr} \qquad\qquad Q_3 = 118{,}2\,\text{VAr}$$

$Q = 1423{,}1\,\text{VAr}$ (Budeanu) $D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = 940{,}3\,\text{VA}$

$\sqrt{S^2 - P^2} = 1705{,}7\,\text{VAr}$ (definición del curso)

Factor de potencia:

$$FP = \frac{1884{,}4}{2541{,}7} = 0{,}741$$

Frente a $\cos\varphi_1 = 0{,}819$. Aquí $\text{THD}_v = 12{,}3\,\%$, $\text{THD}_i = 47{,}9\,\%$; la fórmula $\cos\varphi_1/\sqrt{1+\text{THD}^2}$ *no* vale porque v también está distorsionada.

4.3 Dimensionado de elementos por potencias (balance de P y Q)

P y Q *se suman algebraicamente* en cualquier red (teorema de Boucherot), S no. Para cada elemento: R: $P = V_R^2/R = I_R^2 R$; L: $Q = I_L^2\omega L = V_L^2/(\omega L) > 0$; C: $Q = -V_C^2\omega C = -I_C^2/(\omega C) < 0$. Receta: (1) de la carga hacia la fuente (o al revés) calcula la $S = P + jQ$ de cada rama; (2) en cada rama, $|S| = V\,I$ da la corriente o la tensión que falta; (3) cada P o Q se convierte en R, L o C con la tensión o corriente *propias de ese elemento*.

Ejemplo 5.3 – corregir el factor de potencia

Una carga de 2 kW con $\cos\varphi = 0{,}8$ (inductiva) a 230 V, 50 Hz. Se quiere $FP = 0{,}95$ con un condensador en paralelo.

Potencia reactiva inicial y objetivo:

$$Q_1 = P\tan\varphi = 2000\cdot 0{,}75 = 1500\,\text{VAr}$$

$$Q_2 = 2000\tan(\arccos 0{,}95) = 657{,}4\,\text{VAr}$$

$$Q_C = 842{,}6\,\text{VAr} \qquad \text{(debe generar el condensador)}$$

Capacidad:

$$C = \frac{Q_C}{V^2\omega} = 50{,}7\,\mu\text{F}$$

La corriente de red baja de 10,87 A a 9,15 A. (Esto *solo* funciona porque la corriente de la carga es senoidal retrasada: si la carga es un rectificador, ver §5.)

Resumen §5

$x_{\text{ef}}^2 = X_0^2 + \sum X_n^2 \quad P = \sum V_n I_n \cos\varphi_n \quad S = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \quad FP = P/S \quad S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$

V senoidal: $FP = K_d K_\varphi = \dfrac{I_1\cos\varphi_1}{I_{\text{ef}}} = \dfrac{\cos\varphi_1}{\sqrt{1+\text{THD}^2}}, \quad \text{THD} = \dfrac{\sqrt{I_{\text{ef}}^2 - I_1^2}}{I_1}, \quad I_1 = I_{\text{ef}} K_d$

Errores típicos

- Calcular el FP como $\cos\varphi_1$ (solo vale en régimen senoidal puro) o confundirlo con K_d.
- Sumar valores eficaces de armónicos linealmente, o dividir amplitudes de pico por $\sqrt{2}$ solo en parte de los términos.
- Dar THD respecto a I_{ef} en vez de respecto a I_1 (así nunca superaría el 100 %; la de un rectificador con filtro llega a 136 %).
- Contar como potencia activa el producto de armónicos de frecuencias distintas.
- Olvidar que el **signo** de φ decide si Q es consumida (L) o generada (C): al restar fasores de corriente en un condensador el término es $+j\omega CV$ (adelantado).

5 El rectificador visto desde la red: FP y THD con y sin C_f

5.1 Modelo de examen

El enunciado sustituye el rectificador por una **fuente de corriente** $i_{rect}(t)$ no senoidal conectada a una red de tensión senoidal pura v_g, con un condensador C_f en paralelo (filtro de entrada), y una batería a la salida con rendimiento η_{rect} (Fig. 14). Se pide siempre: potencias, FP y THD *sin* C_f (solo i_{rect}) y *con* C_f.

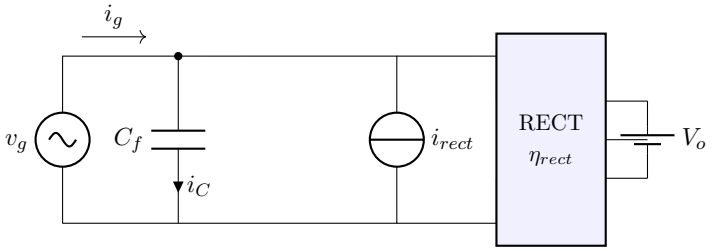


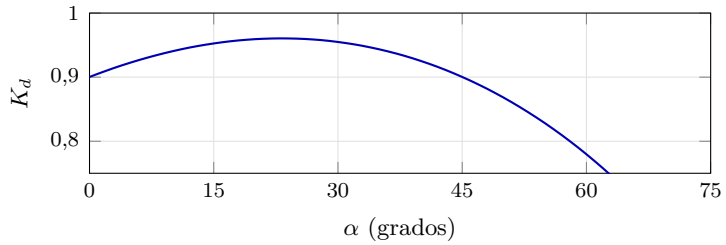
Figura 14. Modelo: la red entrega $i_g = i_C + i_{rect}$; $P_{bat} = \eta_{rect} P_{rect}$.

Armónicos de una corriente de pulsos. Un rectificador con carga DC suave demanda pulsos de corriente centrados en los picos de la tensión. Tomando pulsos de altura $\pm A$ y anchura $\pi - 2\alpha$ (hueco α a cada lado de los cruces por cero), $i(t)$ es impar con simetría de media onda, de modo que $b_n = \frac{4}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi/2} A \sin n\theta \, d\theta$:

$$i_{rect}(t) = \sum_{n=1,3,5,\ldots} \frac{4A}{n\pi}\cos(n\alpha)\,\sin(n\omega t), \quad I_n = \frac{4A\cos n\alpha}{\sqrt{2}\,n\pi}, \quad I_{\text{ef}} = A\sqrt{1 - \frac{2\alpha}{\pi}}. \tag{7}$$

Con la tensión $v_g = V_p \sin\omega t$ y pulsos simétricos respecto al pico, el fundamental está **en fase** con v_g ($K_\varphi = 1$) y

$$P = V_g\, I_1, \qquad FP = K_d = \frac{I_1}{I_{\text{ef}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 - 2\alpha/\pi}}, \qquad \text{THD} = \sqrt{\frac{1}{K_d^2} - 1}.$$



α	K_d	THD
0°	0,900	48,3 %
23°	0,961	29,0 %
30°	0,955	31,1 %
36°	0,940	36,2 %
45°	0,900	48,3 %
60°	0,780	80,3 %

Figura 15. Factor de distorsión de pulsos de corriente en función del hueco α. K_d es máximo (0,96) en $\alpha \approx 23°$; $\alpha = 45°$ (pulso de anchura $\pi/2$) da lo mismo que la onda cuadrada, $2\sqrt{2}/\pi = 0{,}900$, y $\alpha = 30°$ anula el 3.er armónico.

5.2 Receta para FP y THD con y sin C_f

Con v_g senoidal pura de valor eficaz V y la corriente del rectificador dada por sus armónicos $I_{rect,n}$ (eficaces):

1. **Potencias sin C_f.** Solo el fundamental da potencia: $P_{rect} = V\, I_{rect,1} \cos\varphi_1$ (φ_1 = fase de v_g menos fase de $i_{rect,1}$). C_f ideal no consume potencia activa, así que $P_g = P_{rect}$, y $P_{bat} = \eta_{rect} P_{rect}$, $I_{bat} = P_{bat}/V_o$.
2. **Sin C_f.** $I_{\text{ef}} = \sqrt{\sum_n I_{rect,n}^2}$ (o por integral directa de la forma de onda), $S = V\, I_{\text{ef}}$, $FP = P/S$, $\text{THD} = \sqrt{I_{\text{ef}}^2 - I_1^2}/I_1$.
3. **Con C_f.** C_f está en paralelo con una fuente de tensión senoidal pura ⇒ solo absorbe corriente a f: $\mathbf{I}_C = j\omega C_f \mathbf{V}$ (adelantada 90° respecto de $\mathbf{V}$). *Se suma al fundamental, nunca a los demás armónicos:*

$$\mathbf{I}_{g,1} = \mathbf{I}_{rect,1} + \mathbf{I}_C, \qquad I_{g,n} = I_{rect,n}\ (n \geq 2), \qquad I_{g,\text{ef}}^2 = |\mathbf{I}_{g,1}|^2 + \sum_{n\geq 2} I_{rect,n}^2.$$

4. **FP y THD con C_f.** P no cambia, $S = V\, I_{g,\text{ef}}$, $FP = P/S$, $\text{THD} = \sqrt{\sum_{n\geq 2} I_{rect,n}^2}\,/\,|\mathbf{I}_{g,1}|$. (Atajo útil: $\sum_{n\geq 2} I_n^2 = I_{rect,\text{ef}}^2 - I_{rect,1}^2$ ya calculado en el paso 2.)

Ejemplo 6.1 – pulsos con hueco de 36°, con y sin C_f

Red 230 V, 50 Hz; i_{rect}: pulsos de ±20 A de anchura $\pi - 2\alpha = 108°$ ($\alpha = 36°$); $C_f = 100\,\mu\text{F}$.

Por (7):

$$I_1 = \frac{4 \cdot 20 \cos 36°}{\sqrt{2}\,\pi} = 14{,}57\,\text{A} \qquad \text{(en fase)}$$

$$I_{\text{ef}} = 20\sqrt{1 - 0{,}4} = 15{,}49\,\text{A}$$

Además $I_3 = 1{,}85\,\text{A}$, $I_5 = 3{,}60\,\text{A}$, $I_7 = 0{,}79\,\text{A}$, $I_9 = 1{,}62\,\text{A}$, $I_{11} = 1{,}32\,\text{A}$,...(comprobado con FFT de la forma de onda).

Sin C_f:

$$P = 230 \cdot 14{,}57 = 3350{,}5\,\text{W} \qquad S = 230 \cdot 15{,}49 = 3563{,}1\,\text{VA}$$

$$FP = \underline{0{,}940} \qquad (= K_d)$$

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{15{,}49^2 - 14{,}57^2}}{14{,}57} = \underline{36{,}2\,\%}$$

Con C_f:

$$I_C = 230 \cdot 2\pi 50 \cdot 10^{-4} = 7{,}23\,\text{A a } +90^\circ$$

$$\mathbf{I}_{g,1} = 14{,}57 + j7{,}23 = 16{,}26\,\text{A}\angle 26{,}4^\circ$$

$$I_{g,\text{ef}} = \sqrt{16{,}26^2 + 15{,}49^2 - 14{,}57^2} = 17{,}09\,\text{A}$$

$$S = 3931{,}7\,\text{VA} \qquad FP = \frac{3350{,}5}{3931{,}7} = \underline{0{,}852}$$

$$K_\varphi = \cos 26{,}4^\circ = 0{,}896 \qquad K_d = \frac{16{,}26}{17{,}09} = 0{,}951$$

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{17{,}09^2 - 16{,}26^2}}{16{,}26} = \underline{32{,}4\,\%}$$

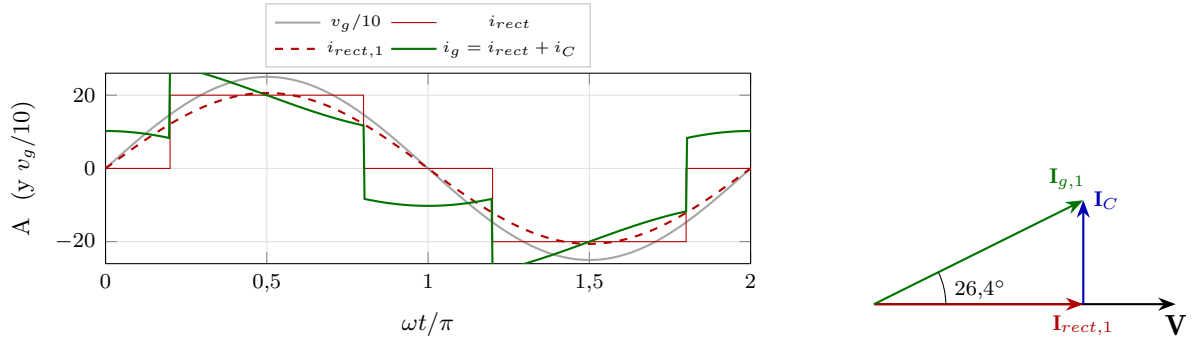


Figura 16. Ejemplo 6.1: pulsos y fundamental (rojo), corriente de red con C_f (verde) y diagrama fasorial del fundamental: C_f añade una componente en cuadratura que *agranda* $I_{g,1}$ y desfasa la corriente (el FP empeora aunque la THD baje).

Efecto de un condensador de entrada

- Cuando el fundamental de i_{rect} **está en fase** con v_g, C_f solo *empeora* el FP (añade reactiva capacitiva sin quitar nada).
- Siempre **baja la** THD: aumenta el fundamental y no toca los armónicos. No confundir "mejor THD" con "mejor FP".
- Si el fundamental del rectificador va *retrasado* (carga inductiva, o L_f delante), un C_f razonable **sí** compensa: el FP sube hasta un máximo y luego vuelve a bajar (Fig. 17). Pero el máximo está limitado por K_d y compensar *aumenta* la THD (el fundamental baja de I_1 a $I_1 \cos\varphi_1$).
- P no cambia con C_f ni la corriente de batería. Y C_f no afecta a los armónicos mientras la red sea una fuente ideal de tensión senoidal.

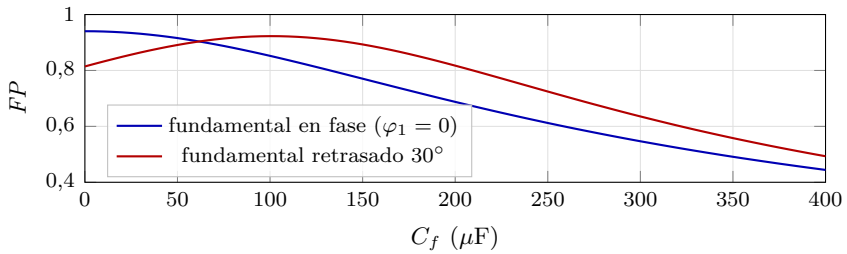


Figura 17. FP frente a C_f para los pulsos del Ejemplo 6.1 a 230 V, 50 Hz. Con retraso de 30°: $FP(0) = 0{,}814$, máximo 0,923 en $C_f \approx 100\,\mu$F (donde $\mathbf{I}_{g,1}$ queda en fase); en fase, el FP solo baja.

5.3 Rectificador real con filtro capacitivo en el lado DC y 400 Hz

Con el condensador de §2 el pulso de corriente es muy estrecho y alto. El espectro típico de la corriente de línea (diapositivas, en % del fundamental) es

n	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
I_n/I_1 (%)	100	91	73	52	32	19	15	15	13	9

$\Rightarrow$ THD $= \sqrt{0{,}91^2 + 0{,}73^2 + \cdots + 0{,}09^2} = 135{,}6\,\%$ y $K_d = 1/\sqrt{1 + 1{,}356^2} = 59{,}3\,\%$ (las diapositivas redondean a 136 % y 59 %): con corriente en fase el FP no pasa de 0,59. Esas pérdidas explican el menor rendimiento de las UPS con cargas no lineales. La distorsión de corriente solo contiene pérdidas: la parte útil es el fundamental en fase ($i_{g,1}$) y $i_{dis} = i_g - i_{g,1}$ solo calienta.

A 400 Hz el condensador pesa 8 veces más: $I_C = \omega C_f V$ crece con f. Con $C_f = 100\,\mu$F, $I_C = 7{,}2$ A a 230 V/50 Hz pero 28,9 A a 115 V/400 Hz (reactancia 31,8 Ω $\rightarrow$ 3,98 Ω). Si el fundamental de la corriente es del mismo orden (∼20 A) el FP cae mucho (en los exámenes $C_f = \frac{1}{2\pi}$ mF a 400 Hz y 115 V da exactamente $I_C = 46$ A).

5.4 Variantes que han aparecido

- **Con R_p en paralelo con la red:** consume $P_R = V^2/R_p$ y una corriente en fase a f (suma al fundamental); $P_g = P_{rect} + P_R$.
- **Corriente en cuadratura** ($i_{rect} = I\,\mathrm{sin}(\omega t + \pi/2)$, con L_f en serie): $P_{rect} = 0$ y $FP = 0$ aunque $S \neq 0$; con R_p el FP solo es el de la resistencia (muy bajo: P_R/S).
- **Inversor de corriente con C de salida** (la corriente del inversor es la dada y C está en paralelo con la red): misma receta, $\mathbf{I}_{red,1} = \mathbf{I}_{inv,1} - \mathbf{I}_C$ (el sentido de i_{red} cambia el signo).

Resumen §6

Pulsos de hueco α: $I_n = \dfrac{4A\cos n\alpha}{\sqrt{2}\,n\pi}$, $I_{\mathrm{ef}} = A\sqrt{1-2\alpha/\pi}$, $K_d = \dfrac{2\sqrt{2}\cos\alpha}{\pi\sqrt{1-2\alpha/\pi}}$ ($\alpha = \pi/4 \Rightarrow FP = 2\sqrt{2}/\pi = 0{,}900$, THD $= 48{,}3\,\%$)
$P = V\,I_1\cos\varphi_1$, $I_C = \omega C_f V\ \angle{+90^\circ}$, $\mathbf{I}_{g,1} = \mathbf{I}_{rect,1} + \mathbf{I}_C$, $I^2_{g,\mathrm{ef}} = |\mathbf{I}_{g,1}|^2 + (I^2_{rect,\mathrm{ef}} - I^2_{rect,1})$

6 Inversor conectado a la red: armónicos por superposición

6.1 Planteamiento

Una batería alimenta, a través de un inversor, una red de tensión senoidal pura v_{red}. El inversor se modela como una fuente de tensión $v_{inv}(t)$ con armónicos, acoplada a la red por una bobina L (y a veces con una R en paralelo con la red, Fig. 18). El circuito es **lineal**, así que se resuelve armónico a armónico y se suman los *cuadrados* de los valores eficaces.

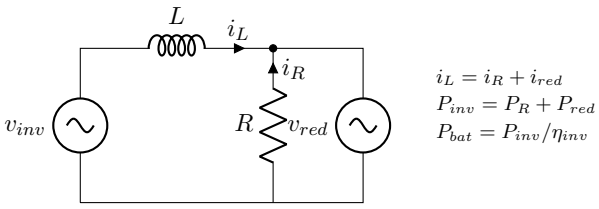


Figura 18. Inversor (η_{inv}) conectado a la red mediante L, con R en paralelo con la red (en algunos enunciados no hay R).

Regla que simplifica el problema

La red solo tiene **fundamental**. A la frecuencia de cualquier otro armónico, la fuente v_{red} vale cero, es decir, es un *cortocircuito*: la R en paralelo con ella queda cortocircuitada y **toda la corriente armónica de la bobina va a la red**: $I_{red,n} = I_{L,n} = V_{inv,n}/(n\omega L)\ \angle{-90^\circ}$ para $n \geq 2$. Solo en el fundamental hay que resolver el circuito completo.

6.2 Receta

1. Pasa todo a **valores eficaces** y **a la misma referencia de fase** (si v_{red} y v_{inv} se dan con seno, usa seno como referencia; una amplitud "de pico" se divide por $\sqrt{2}$). Anota $X_n = n\omega L$.
2. **Fundamental:** $\mathbf{I}_{L,1} = \dfrac{\mathbf{V}_{inv,1} - \mathbf{V}_{red}}{jX_1}$ (dividir por j resta 90°). $\mathbf{I}_R = \mathbf{V}_{red}/R$ (en fase con $\mathbf{V}_{red}$). $\mathbf{I}_{red,1} = \mathbf{I}_{L,1} - \mathbf{I}_R$.
3. **Armónicos** $n \geq 2$**:** $I_{L,n} = I_{red,n} = V_{inv,n}/X_n$, a $-90°$ respecto de $V_{inv,n}$.
4. **Corriente eficaz:** $I_{red} = \sqrt{|\mathbf{I}_{red,1}|^2 + \sum_{n\geq 2} I_{red,n}^2}$ (I_L, si se pide la corriente del inversor).
5. **Potencia a la red:** $P_{red} = \mathrm{Re}\{\mathbf{V}_{red}\mathbf{I}_{red,1}^*\} = V_{red}|\mathbf{I}_{red,1}|\cos\varphi_1$. $P_R = V_{red}^2/R$. $P_{inv} = P_{red} + P_R = \mathrm{Re}\{\mathbf{V}_{inv,1}\mathbf{I}_{L,1}^*\}$ (comprobación). $P_{bat} = P_{inv}/\eta_{inv}$ y $I_{bat} = P_{bat}/V_{bat}$.
6. $FP_{red} = \dfrac{P_{red}}{V_{red}I_{red}}$, $\mathrm{THD}_{red} = \dfrac{\sqrt{\sum_{n\geq 2} I_{red,n}^2}}{|\mathbf{I}_{red,1}|}$. (Visto desde el *inversor*: $FP_{inv} = P_{inv}/(V_{inv,\mathrm{ef}}I_L)$ con $V_{inv,\mathrm{ef}} = \sqrt{\sum V_{inv,n}^2}$.)

Ejemplo 7.1 – inversor a red de 230 V con tres armónicos (sin R)

$v_{inv} = 400\sin(\omega t + 20°) + 36\sin 3\omega t + 14\sin 5\omega t$ V; $v_{red} = 230$ V ef. ($\sqrt{2}\cdot 230\sin\omega t$), 50 Hz; $L = 6$ mH: $X_1 = 1{,}885\,\Omega$, $X_3 = 5{,}655\,\Omega$, $X_5 = 9{,}425\,\Omega$.

Fundamental:

$$\mathbf{V}_{inv,1} = \frac{400}{\sqrt{2}}\angle 20° = 265{,}8 + j96{,}7$$

$$\mathbf{V}_{inv,1} - \mathbf{V}_{red} = 35{,}8 + j96{,}7 = 103{,}1\angle 69{,}7°$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{103{,}1\angle 69{,}7°}{1{,}885\angle 90°} = 54{,}72\,\mathrm{A}\angle -20{,}3°$$

Armónicos (ambos a $-90°$):

$$I_3 = \frac{36/\sqrt{2}}{5{,}655} = 4{,}50\,\mathrm{A} \qquad I_5 = \frac{14/\sqrt{2}}{9{,}425} = 1{,}05\,\mathrm{A}$$

Corriente eficaz y potencia:

$$I_{red} = \sqrt{54{,}72^2 + 4{,}50^2 + 1{,}05^2} = \underline{54{,}91\,\mathrm{A}}$$

$$P = 230\cdot 54{,}72\cos 20{,}3° = \underline{11{,}80\,\mathrm{kW}}$$

También $\mathrm{Re}\{\mathbf{V}_{inv,1}\mathbf{I}_1^*\}$: idéntica, no hay R ni pérdidas.

Aparente, factor de potencia y distorsión:

$$S = 230 \cdot 54{,}91 = 12{,}63\,\text{kVA}$$

$$FP_{red} = \underline{0{,}935} \qquad (K_\varphi = \cos 20{,}3^\circ = 0{,}938,\ K_d = 0{,}9965)$$

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{4{,}50^2 + 1{,}05^2}}{54{,}72} = \underline{8{,}45\,\%}$$

Visto desde el inversor: $V_{inv,\text{ef}} = 284{,}2\,\text{V}$ y $FP_{inv} = 11\,804/(284{,}2 \cdot 54{,}91) = 0{,}756$.

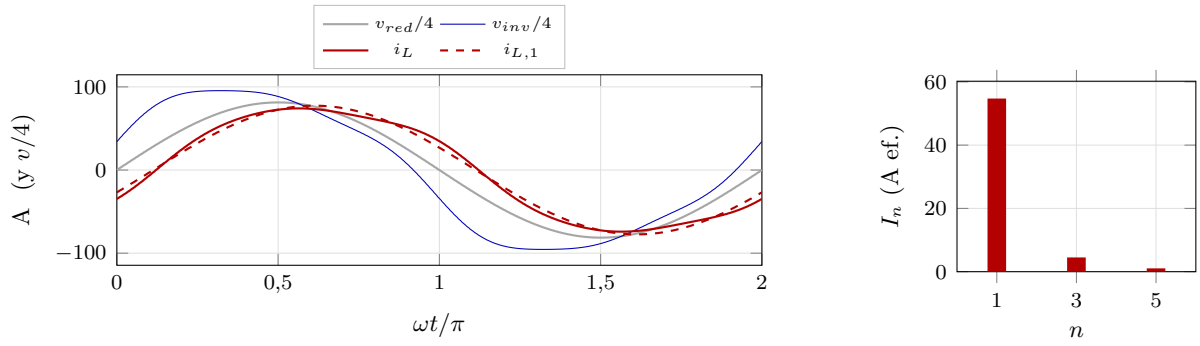


Figura 19. Ejemplo 7.1: la corriente es casi una senoide (retrasada 20° respecto de v_{red}) con un pequeño tercer armónico. Los armónicos de tensión se atenúan por $1/n^2$ al pasar por la bobina.

6.3 Inversor de onda cuadrada conectado a la red

Si v_{inv} es cuadrada de amplitud V_{DC} y la red es senoidal de valor eficaz V_g, con la cuadrada **adelantada** un ángulo δ respecto de v_{red} ($\mathbf{V}_{inv,1} = V_1\angle\delta$, $V_1 = \frac{4V_{DC}}{\sqrt{2}\pi}$, $V_n = V_1/n$):

$$\mathbf{I}_1 = \frac{V_1\angle\delta - V_g}{jX_1}, \qquad I_n = \frac{V_1}{n \cdot nX_1}\ (n = 3, 5, \dots), \qquad P = \text{Re}\{V_g\mathbf{I}_1^*\} = \frac{V_g V_1 \sin\delta}{X_1}.$$

(Porque $V_g\mathbf{I}_1^* = jV_g(V_1 e^{-j\delta} - V_g)/X_1$ y la parte real de $jV_1e^{-j\delta}$ es $V_1\sin\delta$.) *Entrega potencia si $\delta > 0$ (adelantada) y la absorbe si $\delta < 0$* (inversor bidireccional); la máxima transferencia se da a $\delta = 90^\circ$, aunque con una reactiva enorme. Los armónicos caen como $1/n^2$ y la suma completa tiene forma cerrada:

$$\sqrt{\sum_{n\geq 3} I_n^2} = \frac{V_1}{X_1}\sqrt{\sum_{n\geq 3,\ \text{impar}} \frac{1}{n^4}} = \frac{V_1}{X_1}\sqrt{\frac{\pi^4}{96} - 1} = 0{,}121\,\frac{V_1}{X_1}$$

(el 3.º aporta el 84 % de su cuadrado).

Ejemplo 7.2 – cuadrada a red, $\delta = +6^\circ$

$V_{DC} = 300\,\text{V} \Rightarrow V_1 = 270{,}1\,\text{V}$, $V_3 = 90{,}0\,\text{V}$; $V_g = 230\,\text{V}$; $L = 8\,\text{mH} \Rightarrow X_1 = 2{,}513\,\Omega$.

Corrientes:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{270{,}1\angle 6^\circ - 230}{j2{,}513} = 19{,}03\,\text{A}\angle -53{,}8^\circ$$

$$I_3 = \frac{90{,}0}{3 \cdot 2{,}513} = 11{,}94\,\text{A}$$

Armónicos totales (serie completa) 13,02 A frente a 12,3 A con solo 3.º y 5.º; $I_{\text{ef}} = 23{,}06$ A.

Potencia:

$$P = \frac{230 \cdot 270{,}1 \sin 6^\circ}{2{,}513} = \underline{2{,}58\,\text{kW}} \qquad \text{(entrega)}$$

Con $\delta = -6^\circ$ absorbería 2,58 kW ($\mathbf{I}_1$ pasa a $\angle -126{,}2^\circ$).

Calidad de la corriente:

$$FP_{red} = \frac{2583}{230 \cdot 23{,}06} = \underline{0{,}487} \qquad \text{THD} = 68{,}4\,\%$$

Conectar una cuadrada a la red solo con una bobina da un *FP* muy pobre; hace falta un filtro mayor o PWM.

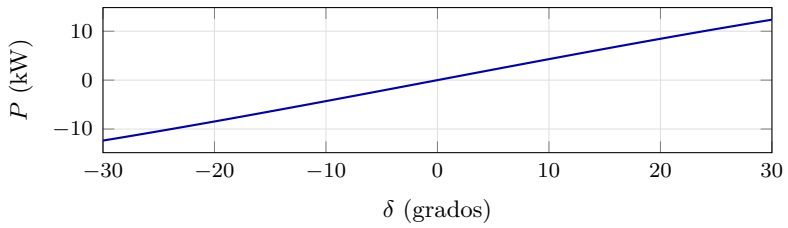


Figura 20. $P = V_g V_1 \sin\delta / X_1$ del Ejemplo 7.2 ($P_{\max} = 24{,}7$ kW a 90°): el signo de δ decide el sentido del flujo.

Revisar

Sentido de "adelantada". Enunciados casi idénticos (la misma onda cuadrada con el mismo $\varphi = 12{,}1^\circ$) aparecen con la cuadrada *adelantada* (figura con flanco en $-\varphi$) y *retrasada*: en un caso el inversor entrega ≈11 kW y en el otro absorbe ≈2,75 kW (el resultado no es simétrico porque X_L y V_{DC} cambian entre convocatorias). Dibuja siempre el eje temporal y decide el signo de δ por el flanco ascendente respecto del cruce por cero de v_{red}, no por la palabra del enunciado.

Notas sobre las soluciones oficiales. En algunas hojas la corriente se calcula con 0,15 Ω escrito y 0,5 Ω usado, o con "150 kHz" en vez de 150 Hz: son erratas de transcripción, el cálculo correcto usa el $X_n = n\omega L$ de cada armónico. También: $P_{red} = V_{red} I_{red,1} \cos(\varphi_V - \varphi_I)$ con el ángulo *entre* V_{red} *y* $I_{red,1}$, no entre V_{inv} y I (ambos dan la misma P_{inv} solo si se incluye P_R).

Resumen §7

$$\mathbf{I}_{L,1}=\frac{\mathbf{V}_{inv,1}-\mathbf{V}_{red}}{jX_1},\quad I_{L,n}=\frac{V_{inv,n}}{nX_1}\quad(n\geq 2),\quad \mathbf{I}_{red,1}=\mathbf{I}_{L,1}-\frac{\mathbf{V}_{red}}{R}$$

$$P_{red}=V_{red}|\mathbf{I}_{red,1}|\cos\varphi_1,\quad P_{inv}=P_{red}+P_R,\quad P_{bat}=P_{inv}/\eta,\quad FP=\frac{P_{red}}{V_{red}I_{red}},$$

$$\text{THD}=\frac{\sqrt{\sum_{n\geq 2}I_{red,n}^2}}{|\mathbf{I}_{red,1}|}$$

Cuadrada: $V_1=\dfrac{4V_{DC}}{\sqrt{2}\pi}$, $V_n=V_1/n$, $\quad P=\dfrac{V_gV_1\sin\delta}{X_1}$

Errores típicos

- Usar $X_1=\omega L$ para el 3.º o 5.º armónico (es $3\omega L$, $5\omega L$) o olvidar dividir las amplitudes de pico por $\sqrt{2}$ (la red a veces se da en *pico*: "100 V de pico").
- Restar $\mathbf{V}_{red}$ a todos los armónicos; solo al fundamental (los demás: red en cortocircuito).
- Pensar que R cambia los armónicos: solo toca el fundamental ($I_{red,1}=I_{L,1}-V_{red}/R$) y consume $P_R=V_{red}^2/R$; $P_{red}\neq P_{inv}$ cuando hay R.
- Calcular P con el ángulo equivocado: el ángulo es el de V_{red} respecto de $\mathbf{I}_{red,1}$ (si usas $V_{inv,1}$ e $I_{L,1}$ obtienes P_{inv}).
- Dar la corriente "inyectada a la red" con I_L en vez de I_{red} cuando hay R.

7 Formulario, errores típicos y cómo se pregunta en examen

7.1 Formulario completo

Rectificadores sin y con filtro

Media onda: $\langle u\rangle=V_p/\pi$, $\quad u_{\text{ef}}=V_p/2$, $\quad f_r=f$

Puente: $\langle u\rangle=2V_p/\pi$, $\quad u_{\text{ef}}=V_p/\sqrt{2}$, $\quad f_r=2f$, $\quad r=0{,}483$

Diodo real: $\theta_0=\arcsin\frac{V_\gamma}{V_p}$, $\quad\langle i\rangle=\dfrac{2V_p\cos\theta_0-V_\gamma(\pi-2\theta_0)}{2\pi(R+r_D)}$

Con C: $\Delta V_{pp}\simeq\dfrac{V_p}{Rf_rC}$, $\quad V_{\text{dc}}\simeq V_p-\dfrac{\Delta V_{pp}}{2}$, $\quad\theta_{cond}\simeq\sqrt{\dfrac{2\Delta V_{pp}}{V_p}}$, $\quad I_{eq}=\dfrac{k}{\theta_{cond}}I_o$ con $k=2\pi$ (media onda) o π (puente)

Inversor

Cuadrada: $V_n = \dfrac{4V_{in}}{n\pi}$ (pico, impar), $V_{\text{ef}} = V_{in}$, $V_{1,\text{ef}} = 0{,}900V_{in}$, THD = 48,3 %, $K_d = 0{,}900$

Cuasi-cuadrada (α): $V_n \propto \cos n\alpha$, $V_{\text{ef}} = V_{in}\sqrt{1-2\alpha/\pi}$

PWM: $\hat{V}_{o1} = m_a V_{in}$, armónicos en $kf_{sw} \pm lf_o$; $f_o \ll f_c \ll f_{sw}$, $f_c \approx \sqrt{f_o f_{sw}}$

Filtro LC: $H = \dfrac{1}{1+\frac{L}{R}s+LCs^2}$, $f_c = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, $Q = R\sqrt{C/L}$, $C = \dfrac{Q}{R\omega_c}$, $L = \dfrac{R}{Q\omega_c}$

Potencia y calidad

Sinusoidal: $P = VI\cos\varphi$, $Q = VI\sin\varphi$, $S = VI$, $\varphi = \varphi_v - \varphi_i$, $\mathbf{S} = \mathbf{VI}^*$

R, L, C: $P = V^2/R$; $Q_L = V^2/(\omega L) = I^2\omega L$; $Q_C = -V^2\omega C = -I^2/(\omega C)$

Con armónicos: $X_{\text{ef}}^2 = \sum X_n^2$, $P = \sum V_n I_n \cos\varphi_n$, $S = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}}$, $S^2 = P^2+Q^2+D^2$

V senoidal: $FP = K_d K_\varphi = \dfrac{I_1\cos\varphi_1}{I_{\text{ef}}} = \dfrac{\cos\varphi_1}{\sqrt{1+\text{THD}^2}}$, $\text{THD} = \dfrac{\sqrt{I_{\text{ef}}^2 - I_1^2}}{I_1}$

Pulsos (hueco α): $I_n = \dfrac{4A\cos n\alpha}{\sqrt{2}\,n\pi}$, $I_{\text{ef}} = A\sqrt{1-2\alpha/\pi}$; $\alpha = \pi/4$: $FP = 0{,}900$, THD = 48,3 %

Con C_f: $\mathbf{I}_C = j\omega C_f \mathbf{V}$; $\mathbf{I}_{g,1} = \mathbf{I}_{rect,1} + \mathbf{I}_C$; $I_{g,n} = I_{rect,n}$ $(n \geq 2)$

Inversor–red: $\mathbf{I}_{L,1} = \dfrac{\mathbf{V}_{inv,1} - \mathbf{V}_{red}}{jX_1}$; $I_{L,n} = \dfrac{V_{inv,n}}{nX_1}$; $P = \dfrac{V_g V_1 \sin\delta}{X_1}$ (cuadrada)

7.2 Qué se pregunta y cómo se contesta

Tipo de problema	Convocatorias	Qué piden siempre
Rectificador: corriente con armónicos, con y sin C_f (R_p, L_f)	Ene 2019 E2; Ene 2020 E3; Jul 2020 E3; Ene 2021 E3; Ene 2022 E3; Ene 2024 E4 (en cuadratura)	P_{rect}, P_g, P_{bat} (η, I_{bat}); FP y THD sin C_f; FP y THD con C_f (115 V/400 Hz o 230 V/50 Hz, $C_f = \frac{1}{2\pi}$ mF)
Carga no lineal de pulsos $\pi/2$	Ene 2016 E2; Jul 2021 E2	$FP = 2\sqrt{2}/\pi$, THD = 48,3 %, $I_1 = \frac{2}{\pi} I_{load}$; corriente de carga con η
Inversor + L ($+R$) con armónicos	Ene 2023 E4; Jul 2023 E4 (corriente + C); Jul 2024 E4; Ene 2025 E4; Jul 2025 E4	I_{ef}; P_{red}, P_R, I_{bat}; FP y THD vistos por la red
Inversor de onda cuadrada a red	Ene 2014 P1; Ene 2015 E3; PEC2 2025 E3	I_1, I_3; P (signo); FP en el inversor y en la red
Potencias en un circuito RLC	Ene 2025 E5	Dimensionar R, L, C_1, C_2 a partir de P y Q (Boucherot)
Teoría	todas (primeras páginas)	Formas de onda de rectificadores con/sin C; inversor cuadrado y PWM; espectro y por qué es difícil filtrar el 3.º; compromiso de f_c

Receta A – FP y THD de un rectificador con y sin C_f

1) Fundamental y armónicos de i_{rect} en eficaces (si te dan pulsos, usa $I_n = 4A\cos(n\alpha)/(\sqrt{2}n\pi)$; I_{ef} se obtiene *integrando*: $A\sqrt{\text{anchura total}/\pi}$ para pulsos $\pm A$). 2) $P = VI_1\cos\varphi_1$ (fase de v menos fase de i_1); $P_{bat} = \eta P$. 3) Sin C_f: $FP = P/(VI_{\text{ef}})$, THD $= \sqrt{I_{\text{ef}}^2 - I_1^2}/I_1$. 4) Con C_f: $\mathbf{I}_{g,1} = \mathbf{I}_1 + j\omega C_f V$; $I_g = \sqrt{|\mathbf{I}_{g,1}|^2 + I_{\text{ef}}^2 - I_1^2}$; $FP = P/(VI_g)$; THD $= \sqrt{I_g^2 - |\mathbf{I}_{g,1}|^2}/|\mathbf{I}_{g,1}|$. 5) Sanity: P no cambia; S y I_g suben; THD baja; FP baja si $\mathbf{I}_1$ estaba en fase.

Receta B – inversor conectado a la red con armónicos (L, y R en paralelo con la red)

1) Todo en eficaz y mismo origen de fase; $X_n = n\omega L$. 2) Fundamental: $\mathbf{I}_{L,1} = (\mathbf{V}_{inv,1} - \mathbf{V}_{red})/(jX_1)$; $\mathbf{I}_{red,1} = \mathbf{I}_{L,1} - \mathbf{V}_{red}/R$. 3) $n \geq 2$: red en cortocircuito $\Rightarrow I_{red,n} = V_{inv,n}/X_n$. 4) $I_{red} = \sqrt{\sum I_{red,n}^2}$. 5) $P_{red} = V_{red}|\mathbf{I}_{red,1}|\cos\varphi_1$, $P_R = V_{red}^2/R$, $P_{inv} = P_{red} + P_R$, $P_{bat} = P_{inv}/\eta$, $I_{bat} = P_{bat}/V_{bat}$. 6) $FP = P_{red}/(V_{red}I_{red})$, THD $= \sqrt{\sum_{n\geq 2} I_n^2}/|\mathbf{I}_{red,1}|$.

Receta C – cuadrada conectada a la red

$V_1 = \frac{4V_{DC}}{\sqrt{2}\pi}\angle\delta$, $V_n = V_1/n$; $\mathbf{I}_1 = (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_g)/(jX_1)$; $I_n = V_n/(nX_1)$ para $n = 3, 5, \ldots$; $P = V_g\,\text{Re}\{\mathbf{I}_1^*\}$ ($= V_g V_1 \sin\delta/X_1$); $I_{\text{ef}} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + \ldots}$ (si dicen "hasta el 3.º" solo esos); $FP_{inv} = P/(V_{DC}I_{\text{ef}})$ (la cuadrada tiene $V_{\text{ef}} = V_{DC}$) y $FP_{red} = P/(V_g I_{\text{ef}})$.

Receta D – rizado y filtro

Rizado: $\Delta V_{pp} = V_p/(R f_r C)$ con $f_r = f$ o $2f$ según rectificador; $V_{\mathrm{dc}} = V_p - \Delta V_{pp}/2$. *Filtro de inversor*: elegir f_c entre f_o y f_{sw} (media geométrica), $C = 1/(\omega_c^2 L)$ con L dada por el rizado admisible; atenuación de la línea a $f_{sw} \approx (f_{sw}/f_c)^2$; en cuadrada de baja frecuencia no hay solución buena (3.º armónico cercano).

7.3 Mini-test (respuestas al final)

T1. Puente ideal con $V_p = 20\,\mathrm{V}$: valores medio y eficaz de la salida sin filtro.

T2. Puente a 400 Hz, $V_p = 40\,\mathrm{V}$, $R = 20\,\Omega$, $C = 2\,\mathrm{mF}$: rizado pico a pico aproximado.

T3. Inversor cuadrado con $V_{in} = 100\,\mathrm{V}$: tensión eficaz del fundamental y del 3.er armónico.

T4. i_{rect} de fundamental en fase 10 A ef. y se añade un C_f con $I_C = 10\,\mathrm{A}$. ¿Qué le pasa a K_φ y a la THD?

T5. ¿Qué armónicos desaparecen en una cuasi-cuadrada con $\alpha = 30°$?

T6. Inversor con $V_{inv,3} = 30\,\mathrm{V}$ ef., $X_1 = 1\,\Omega$, red senoidal pura con R en paralelo: $I_{red,3}$ =?

T7. $K_d = 0{,}95$ y $\varphi_1 = 25°$ con tensión senoidal: FP y THD.

T8. $C = 100\,\mu\mathrm{F}$ en una red de 115 V, 400 Hz: corriente y reactiva.

T9. PWM con $f_o = 50\,\mathrm{Hz}$ y $f_{sw} = 20\,\mathrm{kHz}$: f_c (media geométrica) y atenuación aproximada de la línea de f_{sw}.

Respuestas: T1: $\langle u \rangle = 12{,}73\,\mathrm{V}$, $u_{\mathrm{ef}} = 14{,}14\,\mathrm{V}$. T2: $\Delta V_{pp} = 40/(20 \cdot 800 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) = 1{,}25\,\mathrm{V}$. T3: 90,0 V y 30,0 V. T4: $K_\varphi = \cos 45° = 0{,}707$ (el FP baja un 29 %) y la THD se divide por $\sqrt{2}$ ($|\mathbf{I}_{g,1}| = 14{,}14$ A). T5: el 3.º, 9.º, 15.º,…(múltiplos impares de 3). T6: $30/3 = 10\,\mathrm{A}$ a $-90°$, independiente de R y de v_{red}. T7: $FP = 0{,}95 \cos 25° = 0{,}861$; $\mathrm{THD} = \sqrt{1/0{,}95^2 - 1} = 32{,}9\,\%$. T8: $I_C = 28{,}9\,\mathrm{A}$, $Q = -3{,}32\,\mathrm{kVAr}$. T9: $f_c = \sqrt{50 \cdot 20000} = 1\,\mathrm{kHz}$; $(20)^2 = 400 \;\Rightarrow\; 52\,\mathrm{dB}$.