Formulario

Gestión Electrónica de la Energía Eléctrica

Temas 1 a 5

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Convención: $x = X + \tilde{x}$ (continua + pequeña señal), $s = j\omega$, $\omega = 2\pi f$, $|X|_{\text{dB}} = 20\log|X|$. Las condiciones de validez van entre corchetes [].

T1 – Señales, componentes, Bode e impedancias

Valores de una señal periódica (periodo T, $f = 1/T$)

$U_m = \frac{1}{T}\int_0^T u\,dt$ $\quad U_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 dt}$ $\quad P = U_{\text{ef}}^2/R$ [V, W, Ω]
$U_{\text{ef}}^2 = U_0^2 + \sum_n U_{n,\text{ef}}^2$ (Parseval; suma *cuadrática*) $\quad F_C = \hat{U}/U_{\text{ef}}$, $F_f = U_{\text{ef}}/U_m$
Senoide $\hat{U}\sin\omega t$: $U_{\text{ef}} = \hat{U}/\sqrt{2}$, $F_C = \sqrt{2}$, $F_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11$ [U_m en semiperiodo $= 2\hat{U}/\pi$]
Cuadrada asimétrica ($+U_1$ durante τ, $-U_2$ durante $T-\tau$): $U_m = \frac{U_1\tau - U_2(T-\tau)}{T}$, $U_{\text{ef}}^2 = \frac{U_1^2\tau + U_2^2(T-\tau)}{T}$
Media onda: $\langle u\rangle = \hat{U}/\pi$, $U_{\text{ef}} = \hat{U}/2$. Doble onda: $\langle u\rangle = 2\hat{U}/\pi$, $U_{\text{ef}} = \hat{U}/\sqrt{2}$ [diodo ideal]
Fasor: $\sqrt{2}U\sin(\omega t + \varphi) \to U\angle\varphi$ (módulo = valor *eficaz*); $\varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0$: carga inductiva.

Pasivos (convenio pasivo)

$u = Ri$; $\quad i = C\dot{u}$, $E = \frac{1}{2}Cu^2$, $Z_C = \frac{1}{sC}$ (u_C continua); $\quad u = L\dot{i}$, $E = \frac{1}{2}Li^2$, $Z_L = sL$ (i_L continua)
Divisor de tensión $u_1 = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}u$; de corriente $i_1 = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2}i$. Trafo n:1: $u_1 = nu_2$, $i_2 = ni_1$, $P_1 = P_2$.
Carga RC: $u_C = U_f + (u_0 - U_f)e^{-t/RC}$, $\tau = RC$ [escalón de tensión en $t = 0$].

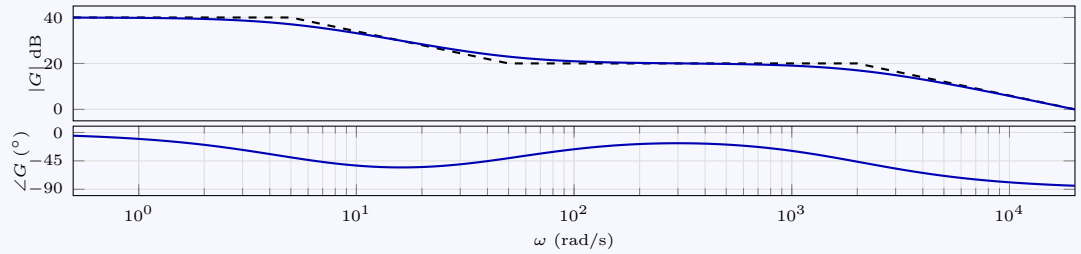
Decibelios

$A_v = 20\log\frac{v_2}{v_1}$, $A_p = 10\log\frac{P_2}{P_1}$ $\quad \times 2 \to 6{,}02\,\text{dB}$, $\times 5 \to 14\,\text{dB}$, $\times 10 \to 20\,\text{dB}$, $\times 0{,}01 \to -40\,\text{dB}$, $\times\frac{1}{\sqrt{2}} \to -3\,\text{dB}$
Con unidades se normaliza: $5\,\Omega = 14\,\text{dB}$; $60\,\text{dB}\mu\text{V} = 1\,\text{mV}$. Década: factor 10 en f; N décadas $= 10^N$.
$|G| = (f/f_0)^n \Rightarrow$ recta de $20n\,\text{dB/dec}$ que corta 0 dB en f_0.

Bode asintótico: términos elementales

Término	Módulo	Fase
K	$20\log K$	$0°$
ω_0/s	-20 dB/dec, 0 dB en ω_0	$-90°$
s/ω_z	$+20$ dB/dec, 0 dB en ω_z	$+90°$
$\frac{1}{1+s/\omega_p}$	plano, luego -20 dB/dec; real -3 dB en ω_p	$0 \to -90°$; $-45°$ en ω_p
$1+s/\omega_z$	plano, luego $+20$ dB/dec; $+3$ dB	$0 \to +90°$
$\frac{1}{(1+s/\omega_p)^2}$	-40 dB/dec; real -6 dB	$0 \to -180°$
$\frac{1}{1+\frac{s}{Q\omega_0}+\frac{s^2}{\omega_0^2}}$	plano, -40 dB/dec; pico $\lvert G(j\omega_0)\rvert = Q$	$0 \to -180°$; $-90°$ en ω_0
cero en SPD $1-s/\omega_z$	como un cero	$0 \to -90°$ (¡resta fase!)
polo en SPD	como un polo	$0 \to +90°$; **inestable**

Reglas. Cada polo/cero cambia la pendiente ∓ 20 dB/dec en su frecuencia; en fase actúa $\mp 45°$/dec entre $\omega_i/10$ y $10\omega_i$ (se suman los tramos solapados). Error real/asíntota: 3 dB en ω_i, 1 dB en $0{,}5\omega_i$ y $2\omega_i$; fase $5{,}7°$ en $\omega_i/10$ y $10\omega_i$. **Procedimiento:** (1) forma normalizada $\prod(1+s/\omega_i)$; (2) nivel de baja frecuencia $\lim_{s\to 0} G$ (o K/s^k); (3) ordenar cortes; (4) sumar pendientes; (5) fase por tramos; (6) $|G|_{\text{dB}} = \sum$ de factores. Se llaman múltiples sólo si tienen igual ω_i.



$G = \frac{100(1+s/50)}{(1+s/5)(1+s/2000)}$: 40 dB, polo 5 ($-20$ dB/dec), cero 50 (plano 20 dB), polo 2000.

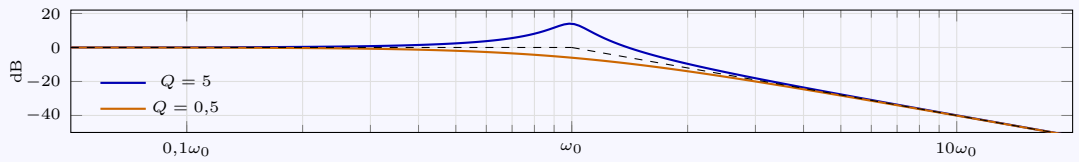
Segundo orden (filtro LC amortiguado)

$G = \dfrac{1}{1+\frac{s}{Q\omega_0}+\frac{s^2}{\omega_0^2}} = \dfrac{1}{1+s\frac{L}{R}+s^2LC}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ (R de carga en paralelo con C), $\zeta = \frac{1}{2Q}$

Con R serie en L y carga de corriente: $\frac{1}{1+RCs+LCs^2}$, $Q = \frac{Z_0}{R}$, $Z_0 = \sqrt{L/C}$.

$|G(j\omega_0)| = Q$; pico máximo $\frac{Q}{\sqrt{1-1/(4Q^2)}}$ en $\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$ [$Q > 1/\sqrt{2}$]. Polos reales si $Q < \frac{1}{2}$.

Atenuación a $f \gg f_0$: $|G| \approx (f_0/f)^2$. Si $f_0 = f_{sw}/10$: -40 dB ($\times\frac{1}{100}$); si $f_{sw} = 100 f_0$: -80 dB ($\times 10^{-4}$).



Impedancias: método gráfico ($|Z|$ en dBΩ)

R: plano; C: $-20\,\text{dB/dec}$ (0 dBΩ en $\omega = 1/C$); L: $+20\,\text{dB/dec}$ (0 dBΩ en $\omega = 1/L$). **Serie: domina la mayor $|Z|$; paralelo: la menor.**
RLC serie: $1/\omega C \to R \to \omega L$ con $\omega_1 = \frac{1}{RC}$, $\omega_2 = \frac{R}{L}$ [$R > R_0$]; $Q = R_0/R$ [muesca de Q en ω_0 si $R < R_0$].
RLC paralelo: $\omega L \to R \to 1/\omega C$ con $\omega_1 = \frac{R}{L}$, $\omega_2 = \frac{1}{RC}$ [$R < R_0$]; $Q = R/R_0$ [pico de Q sobre R_0 si $R > R_0$].
$R_0 = \sqrt{L/C}$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. R serie con L en paralelo con C: $|Z_{out}|_{\max} \approx R_0^2/R$ en ω_0 [$R \ll R_0$]. Admitancia: $|1/Z|_{\,\text{dB}} = -|Z|_{\,\text{dB}}$, fase invertida.

Regulación lineal vs conmutada; filtro EMI; LISN

Lineal: $\eta = V_s/V_e$ (12 → 5 V: 41,7 %; 14 → 3,3 V: 23,6 %), $P_d = (V_e - V_s)I$. Buck: $\bar{v}_I = \frac{1}{T}\int v_I = d\,V_{bat}$ [conducción continua, interruptores ideales]; $d = t_{on}/T$.
Filtro de entrada L–C: $\frac{i_g}{i_{in}} = \frac{1}{1+LCs^2}$, $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.
EMC = emisión + susceptibilidad. EMI conducida: *modo diferencial* (fase/neutro, depende de la topología) y *modo común* (por tierra, dv/dt y capacidades parásitas).
LISN: fija 50 Ω a $f > 150\,\text{kHz}$; $C_1 = 1\,\mu\text{F}$, $R_1 = 5\,\Omega$, $L_1 = 50\,\mu\text{H}$, $C_N = 0{,}1\,\mu\text{F}$, $R_N = 50\,\Omega$ (medida en R_N). EN 55022 clase B (150 kHz–30 MHz, BW 9 kHz): QP 66 → 56 dBμV (150–500 kHz), 56 (0,5–5 MHz), 60 (5–30 MHz); promedio 56→46, 46, 50 dBμV.
Amortiguar con R_f–C_b (en paralelo con C_f; C_b bloquea la CC) o R–L paralelo/serie con L_f; dos etapas atenúan más con menos volumen.

T2 – Modelado, lazo de control y estabilidad

Buck: modelo promediado y de pequeña señal (modo continuo)

$V_o = DV_g$, $I_L = V_o/R$. $G_{vd} = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{d}} = \frac{V_g}{1+\frac{L}{R}s+LCs^2}$, $G_{vg} = \frac{D}{1+\frac{L}{R}s+LCs^2}$, $Z_{out} = \frac{sL}{1+\frac{L}{R}s+LCs^2}$.
Linealización: $f(x,y) \approx f_A + \frac{\partial f}{\partial x}|_A \tilde{x} + \frac{\partial f}{\partial y}|_A \tilde{y}$ [$\tilde{x} \ll X$]; $v = 3i^2 \Rightarrow \tilde{v} = 6I\tilde{\imath}$.
PWM: $d = D + \tilde{d}$; el valor medio local del ciclo sigue a $\tilde{d}$ [$f_{\tilde{d}} \ll f_{sw}$]. Superposición: continua (L cortocircuito, C abierto) → punto de operación; alterna → $G(s)$.

Lazo cerrado ($L = RG$, realimentación unitaria)

$\frac{\tilde{y}}{\tilde{y}_{ref}} = \frac{L}{1+L}$, error $e = \frac{1}{1+L} r = S\,r$, perturbación en la salida: $\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}}\Big|_{cl} = \frac{G^{ol}_{pert}}{1+L}$.
$|L| \gg 1$ ($f < f_c$): $\tilde{y} \approx \tilde{y}_{ref}$ y $G^{cl} \approx G^{ol}/L$ (atenuada). $|L| \ll 1$ ($f > f_c$): $\tilde{y}/\tilde{y}_{ref} \approx L$ y $G^{cl} \approx G^{ol}$.
Impedancia de salida de regulador de *tensión*: $Z^{cl}_{out} = \dfrac{Z^{ol}_{out}}{1+L}$ (baja). De una fuente de *corriente* (lazo de corriente): $Z^{cl}_{out} = Z^{ol}(1+L)$ (sube). Admitancia/susceptibilidad $Y^{cl} = \frac{Y^{ol}}{1+L}$.
Rizado a f_O: $\tilde{x}(t) = A|H(jf_O)|\sin(2\pi f_O t + \angle H)$ con H la FT de la perturbación (ol o cl según $f_O \lessgtr f_c$). $L = \omega_c/s$: $|S| = 0{,}1$; $0{,}71$; 1 a $0{,}1\omega_c$; ω_c; $10\omega_c$.
Mayor $\omega_c \Rightarrow$ mejor seguimiento y rechazo; pero más ruido y esfuerzo de control $u \approx r/G$ (saturación si $|G|$ pequeña).

Diseño por cancelación y márgenes

$R(s) = \dfrac{\omega_c}{s} \cdot \dfrac{1}{G(s)} \Rightarrow L = \dfrac{\omega_c}{s}$: pendiente $-20\,\text{dB/dec}$, **MF**$= 90°$**, MG**$= \infty$, error nulo en CC (polo en el origen).
Planta de un polo $G = \frac{G_0}{1+s/\omega_p}$: PI $R = K\frac{1+Ts}{Ts}$, $T = \frac{1}{\omega_p}$, $K = \dfrac{\omega_c}{G_0\,\omega_p}$ [$\omega_c > \omega_p$]. Equivale a $R = k\frac{s+a}{s}$, $a = \omega_p$, $k = K$.
Planta integradora $G = \omega_x/s$: basta $R = \omega_c/\omega_x$ (P). Planta de dos polos reales: $R = \frac{\omega_c}{G_0 s}(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})$ + polo lejano $\geq 10\omega_c$. Planta resonante (LC): $R = \frac{\omega_c}{s}\frac{1+\frac{s}{Q\omega_0}+\frac{s^2}{\omega_0^2}}{G_0}$.
$R = k/s$ (I puro) sobre planta de 1 polo: cruce con $-40\,\text{dB/dec} \Rightarrow$ inestable. $R = k$ (P): error estático.
MF $= 180° + \angle L(\omega_c)$, con $|L(j\omega_c)| = 1$; MG $= -|L|_{\text{dB}}$ donde $\angle L = -180°$. Cruce con $-20\,\text{dB/dec} \Rightarrow$ MF holgado; con $-40\,\text{dB/dec} \Rightarrow$ marginal/inestable. Típico: MF$\geq$ 45–60°, MG$\geq$ 6–10 dB, $f_c \lesssim f_{sw}/10$.
Tipo II: $R = \frac{k}{s}\frac{1+s/\omega_z}{1+s/\omega_p}$, máx. de fase en $\sqrt{\omega_z\omega_p}$.

Estabilidad de sistemas en cascada (fuente Z_{out} → carga Z_{in})

$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{1+Z_{out}/Z_{in}}$; inestable si $Z_{out}/Z_{in} = -1$ ($0\,\text{dB}\angle -180°$).
Middlebrook (suficiente, conservador): $|Z_{out}| < \frac{1}{2}|Z_{in}|\ \forall f \Leftrightarrow |Z_{out}|_{\text{dB}} < |Z_{in}|_{\text{dB}} - 6\,\text{dB}$. Alternativa: MF/MG de Z_{out}/Z_{in}. Nyquist: $Z = N + P$ (Z: polos en SPD de lazo

cerrado; N: vueltas horarias a -1; P: polos de L en SPD); con $P = 0$ estable si no rodea -1. MG $= -20\log|a|$ (a: corte con el eje real negativo).

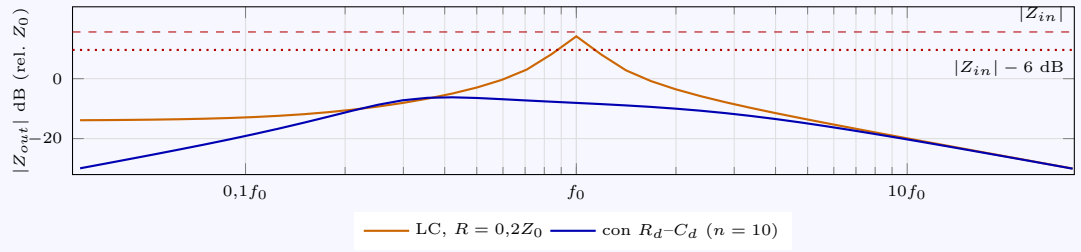
Convertidor regulado (carga de potencia constante): $v_{in}i_{in} = P_{in} = P_{out}/\eta$

$Z_{in} = \dfrac{\partial v_{in}}{\partial i_{in}}\Big|_A = -\dfrac{P_{in}}{I_{in}^2} = -\dfrac{V_{in}^2}{P_{in}}$ [$f <$ ancho de banda del lazo; módulo plano, fase 180°].

Buck ideal: $Z_{in} = -R/D^2$.

Filtro L–C sin amortiguar: $Z_{out} = \frac{sL}{1+LCs^2}$, $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, pico $\to \infty$ (incumple). Con R serie: pico $\approx Z_0^2/R$.

Amortiguador R_d–C_d ($C_d = nC$, $n \approx 10$) en paralelo con C: pico mínimo $Z_0\frac{\sqrt{2(2+n)}}{n}$ con $R_d = Z_0\sqrt{\frac{(2+n)(4+3n)}{2n^2(4+n)}}$ ($n = 10$: $0{,}49Z_0$ con $R_d = 0{,}38Z_0$). Rama R_d–L_d ($L_d = L$) en paralelo con L: pico $\approx R_d$ [$R_d \gtrsim Z_0$]. Criterio: $R_d \le |Z_{in}|_{\min}/2$.



Ejemplo con $|Z_{in}| = 6Z_0$: sin amortiguar el pico (14,1 dB) supera $|Z_{in}| - 6$ dB = 9,6 dB; con amortiguador el pico es −6,2 dB.

Tabla de funciones típicas

Sistema	$G(s)$	**Parámetros**
RC paso bajo	$\frac{1}{1+sRC}$	$\omega_p = \frac{1}{RC}$
RC paso alto	$\frac{sRC}{1+sRC}$	$\omega_z = 0$
Planta L–R (corriente)	$\frac{\tilde{i}}{\tilde{d}} = \frac{V/R}{1+sL/R}$	$\omega_p = \frac{R}{L}$, $G_0 = \frac{V}{R}$
Integrador ($R = 0$)	$\frac{\tilde{i}}{\tilde{d}} = \frac{V}{sL}$	0 dB en $\frac{V}{L}$
Planta RC (fuente de corriente dI)	$\frac{\tilde{v}}{\tilde{d}} = \frac{IR}{1+sRC}$	$\omega_p = \frac{1}{RC}$
Buck L–C con R en C	$\frac{V_g}{1+\frac{L}{R}s+LCs^2}$	$Q = R\sqrt{C/L}$
Buck con R serie, carga I	$\frac{V_g}{1+RCs+LCs^2}$	$Q = \frac{Z_0}{R}$
Admitancia RLC serie	$\frac{sC}{1+RCs+LCs^2}$	$Q < \frac{1}{2}$: polos $\frac{1}{RC}$, $\frac{R}{L}$
i_g/i_{in} filtro LC	$\frac{1}{1+LCs^2}$	-40 dB/dec
Z_{out}: $(R+sL)\|\frac{1}{sC}$	$\frac{R+sL}{1+RCs+LCs^2}$	pico $\frac{Z_0^2}{R}$
Integrador de lazo	$L = \frac{\omega_c}{s}$	MF 90°
PI	$K\frac{1+Ts}{Ts} = k\frac{s+a}{s}$	$a = 1/T$
Tipo II	$\frac{k}{s}\frac{1+s/\omega_z}{1+s/\omega_p}$	$\omega_z < \omega_p$
Cero en SPD (ej. $\tilde{i}_{bat}/\tilde{d}$)	$\frac{(1-D)V-I\,sL}{sL}$	$f_z = \frac{(1-D)V}{2\pi LI}$

T3 – Almacenamiento de energía

Definiciones y figuras de mérito

Energía específica [Wh/kg], potencia específica [W/kg], densidades [Wh/L], [W/L]. Ragone: eje energía vs potencia (log-log); $t = E/P$ son diagonales. Orden: pilas de combustible $\gg$ baterías $>$ supercondensadores $>$ condensadores en energía; al revés en potencia.
Impedancia de salida: $I_{max} = \frac{V_g - V_{o,min}}{R_o}$; $P_{max} = \frac{V_g^2}{4R_o}$ (con $V_o = V_g/2$, carga resistiva). Con $R_o = 0$ la potencia es ilimitada, no la energía.

Batería (C en Ah)

$v_{bat} = v_{oc} - R_s\, i_{bat}$, $v_{oc} = v_n - \Delta v \cdot \text{SoD}$ ($\Delta v \approx 0{,}1 v_n$); $i_{bat} > 0$ en descarga. SoD varía *lento*, $R_s i$ *instantáneo*.
$\text{SoD} = \frac{\text{Ah entregados}}{C}$, $\text{SoC} = 1 - \text{SoD}$; C-rate: nC [A] (1,5 Ah a $5C = 7{,}5$ A); $I_{max} \approx 20C$; $E = v_{oc} C$ [Wh].
Serie (N_s): $V = N_s V_c$, $R = N_s R_c$, C_{Ah} igual. Paralelo (N_p): $C_{Ah} = N_p C_c$, $R = R_c/N_p$. En general $R = R_c \frac{N_s}{N_p}$, $E = N_s N_p E_c$.
Vida: se divide por ≈ 2 cada $+10$°C (plomo): $\text{Vida}(T) \approx \text{Vida}(25°)\, 2^{-(T-25)/10}$; menor DoD $\Rightarrow$ más ciclos. Carga CC–CV; rizado AC reduce la vida; rendimiento máx. a SoC intermedio. Rendimiento carga alto con batería vacía, descarga alto con batería llena.

Supercondensador (C en F)

$v_{sc} = v_c(0) - \frac{1}{C}\int i\, dt - R_s i$; $\Delta v_c = \frac{It}{C}$; $E = \frac{1}{2}C(v_2^2 - v_1^2)$; $\text{SoC} = (v/V_R)^2$ (caída de tensión del 40 %: SoC 0,36, se usó el 64 %).
Serie: $C_T = C/n$, $R_T = nR$, $V_T = nV$; Paralelo: $C_T = nC$, $R_T = R/n$. General: $C_T = C_c \frac{N_p}{N_s}$, $R_T = R_c \frac{N_s}{N_p}$, $R_T C_T = R_c C_c$; $E_T = \frac{1}{2} C_T V_T^2 = \frac{N_s N_p}{2} C_c V_c^2$.
Ventana útil $[V_{min}, V_{max}]$: $E_u = \frac{1}{2}C(V_{max}^2 - V_{min}^2)$ (fracción $1 - (V_{min}/V_{max})^2$; 75 % si $V_{min} = V_{max}/2$); con DC/DC: $E_{SC} = E/\eta$ al descargar, $E\eta$ al cargar. Celda del curso: 2,5 V, 5 F, $C \cdot \text{ESR} = 1\,\text{F}\Omega$, $I_{max} = 3{,}4$ A.
Caída total: $\Delta V = I\, R_T + \Delta Q/C_T$ [$\le \Delta V_{adm}$]. Pila de combustible: pérdidas por activación, óhmicas y transporte de masa.

Dimensionamiento (siempre redondear *hacia arriba*)

Batería: $N_s = \lceil V_{bus}/V_c \rceil$ (o $1{,}1 V_{bus}/V_{c,max}$ en bus regulado); $N_p = \max\big(\lceil E/(N_s V_c C_c) \rceil,\ \lceil I_{max}/I_{max,c} \rceil\big)$; comprobar $I_{max} R_s \le \Delta V_{adm}$, SoD final y $t = E/(V\, I)$.
Supercondensador: $N_s = \lceil V_{max}/V_{c,max} \rceil$; $C_T = \frac{2E}{V_{max}^2 - V_{min}^2}$ (o $\Delta Q/\Delta V_{adm}$); $N_p = \lceil N_s C_T / C_c \rceil$; comprobar $I_{max} = \frac{P}{V_{min}}$ por rama $\le I_{max,c}$ y la caída por ESR.
Perfil a tramos: $\langle P \rangle = \frac{1}{T}\sum P_k \Delta t_k$, $E = \langle P \rangle t$; carga neta $Q = \sum I_k \Delta t_k / 3600$ [Ah].
Híbrido (masa mín.): $\min(m_1 + m_2)$ s.a. $\sum m_i \rho_{P,i} \ge P$, $\sum m_i \rho_{E,i} \ge E$ $\Rightarrow$ intersección de las dos rectas.

T4 – Paneles fotovoltaicos

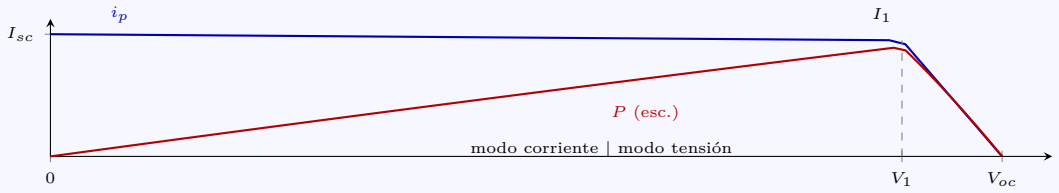
Característica y equivalentes (convenio generador)

Curva I–V linealizada: $(0, I_{sc}) \to (V_1, I_1) \to (V_{oc}, 0)$; MPP $\approx$ codo ($V_{mpp} \approx V_1$, $P_{mpp} \approx V_1 I_1$). Más luz $\Rightarrow I_{sc}\uparrow$ ($\propto G$), V_{oc} casi igual. Más temperatura $\Rightarrow V_{oc}\downarrow$ ($\approx -0{,}3$–$0{,}4\,\%/°\mathrm{C}$), $P\downarrow$ (compl.).

Modo corriente ($0 < v_p < V_1$): Norton $i_p = I_{sc} - \frac{v_p}{R_N}$, $R_N = \frac{V_1}{I_{sc}-I_1}$ (grande).

Modo tensión ($V_1 < v_p < V_{oc}$): Thevenin $v_p = V_{oc} - R_{th} i_p$, $R_{th} = \frac{V_{oc}-V_1}{I_1}$ (pequeña).

R_N, $R_{th} = Z_{out}$ de pequeña señal (usar en Middlebrook). N_s en serie, N_p en paralelo: $R_{tot} = \frac{N_s}{N_p} R$.



Punto de operación = intersección panel ∩ carga

Batería directa ($v_p = v_{bat}$): modo corriente si $v_{bat} < V_1$: $i_p = I_{sc} - v_{bat}/R_N$; modo tensión: $i_p = \frac{V_{oc}-v_{bat}}{R_{th}}$; sin corriente si $v_{bat} \geq V_{oc}$. Con carga I_L en paralelo: $i_{bat} = I_L - i_p$ (> 0 descarga).

Fuente de corriente I_L: $v_p = R_N(I_{sc} - I_L)$ si $I_L > I_1$; $v_p = V_{oc} - R_{th} I_L$ si $I_L < I_1$; no alimenta si $I_L > I_{sc}$.

Resistiva R_L: modo corriente $i_p = \frac{R_N}{R_N+R_L} I_{sc}$ si $R_L < \frac{V_{mpp}}{I_{mpp}}$; modo tensión $i_p = \frac{V_{oc}}{R_{th}+R_L}$ si $R_L > \frac{V_{mpp}}{I_{mpp}}$. $R_{L,opt} = V_{mpp}/I_{mpp}$.

Convertidor de potencia constante $P_{in} = \frac{V_{bat} I_{out}}{\eta}$: en modo tensión $R_{th} i_p^2 - V_{oc} i_p + P_{in} = 0 \Rightarrow$ tomar la raíz de *menor* corriente (la otra sale $> I_{sc}$ o fuera de tramo); en modo corriente $v_p^2 - R_N I_{sc} v_p + R_N P_{in} = 0$ (raíz de *menor* tensión). Existe solución si $V_{oc}^2 \geq 4 R_{th} P_{in}$. La hipérbola $v\,i = P_{in}$ suele cortar *ambos* tramos: el punto A del tramo plano tiene $Z_{out} = R_N \gg |Z_{in}|$ (incumple Middlebrook), el B del tramo vertical es el de trabajo. Con I_{in} constante: intersección con recta horizontal.

MPPT P&O: $P(t) > P(t - \Delta t) \Rightarrow$ mantener el sentido de Δd; si baja, invertirlo; oscila $\pm\Delta d$ alrededor del MPP. Otros: $V_{mpp} \approx 0{,}76 V_{oc}$, $I_{mpp} \approx 0{,}9 I_{sc}$; conductancia incremental $\frac{di}{dv} = -\frac{i}{v}$ (compl.).

Batería para N h: $E = P\,N$; $N_s = V_{bat}/V_c$, $N_p = \lceil E/(N_s V_c C_c) \rceil$.

T5 – Rectificadores, inversores, potencias, THD y FP

Diodo y rectificadores

$i_D = I_S(e^{V_D/V_T} - 1)$ [$V_T = kT/q \approx 26$ mV]; lineal: $V_D = V_\gamma + r_D i_D$ ($V_\gamma \approx 0{,}6$ V); ideal: $V_D > 0$ corto, $i_D \leq 0$ abierto.
Con filtro C: D conduce mientras $u_g > u_C$; si no, $u_C = u_{C0}e^{-t/RC}$. Rizado (compl.): $\Delta V_{pp} \approx \frac{I_o}{f_r C}$, $f_r = f$ (media onda) o $2f$ (doble onda) [$RC \gg T$]; $V_{dc} \approx V_p - \Delta V_{pp}/2$. Ej.: 2 A, 100 Hz, 2200 μF: 9,1 V. Cuanto mayor C, más estrecha y alta la corriente de línea ($THD > 100\,\%$).
Trifásico (6 diodos): $\langle v_o \rangle = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{LL} = 1{,}35 V_{LL}$, rizado a $6f$, armónicos $6k \pm 1$; $FP = 3/\pi = 0{,}955$, THD 31 % [corriente CC lisa].

Potencias y calidad (régimen no senoidal)

Senoidal: $P = UI\cos\varphi$, $Q = UI\sin\varphi$, $S = UI$, $\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{I}^* = P + jQ$, $S^2 = P^2 + Q^2$; R: $Q = 0$; L: $Q = U^2/\omega L > 0$; C: $Q = -\omega C U^2 < 0$.
Armónicos: $P = \sum_n U_{n,\text{ef}} I_{n,\text{ef}} \cos\varphi_n$ (sólo mismo orden; $U_0 I_0$ en CC), $S = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}}$, $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$ (def. del curso, incluye distorsión). $FP = P/S$ [$= \cos\varphi$ sólo en régimen senoidal].

$$THD = \frac{\sqrt{I_{\text{ef}}^2 - I_1^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{\sum_{n\geq 2} I_n^2}}{I_1}$$ [sin CC]; $K_d = \frac{I_1}{I_{\text{ef}}} = \frac{1}{\sqrt{1+THD^2}}$, $K_\varphi = \cos\varphi_1$.

Tensión senoidal pura: $FP = K_d K_\varphi = \dfrac{\cos\varphi_1}{\sqrt{1+THD^2}}$. Armónicos de la corriente de rectificador+C (%): 100, 91, 73, 52, 32, 19, 15, 15, 13, 9 $\Rightarrow$ THD 136 %, $K_d = 0{,}59$.
Pulsos de $\pm I$ de anchura $\pi/2$ centrados en el pico: $I_1 = \frac{2}{\pi} I$, $I_{\text{ef}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$, $FP = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}900$, THD $= \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 48{,}3\,\%$. Pulsos de anchura $\pi - 2\alpha$: $I_n = \frac{4I}{\pi n}\cos n\alpha \frac{1}{\sqrt{2}}$.
Un C (o R) en paralelo con la red cambia sólo el *fundamental* (suma fasorial $\mathbf{I}_g = \mathbf{I}_{rect} + \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_R$); los armónicos no cambian: $THD = \sqrt{\sum_{n\geq 2} I_n^2}/|\mathbf{I}_{g1}|$ y FP se recalculan con el nuevo $|\mathbf{I}_{g1}|$ y φ_1 (C compensa corriente retrasada: FP sube; con i_{rect} en fase, $|\mathbf{I}_{g1}|$ crece: THD baja y FP baja). Rendimiento: $P_{bat} = \eta P_{rect}$; $P_g = P_{rect} + P_{R_p}$ (C y L no consumen P).

Inversor en puente completo

d_1: M1,M2 $\rightarrow V_o = +V_{in}$; d_2: M3,M4 $\rightarrow -V_{in}$ (complementarias; nunca a la vez). Baja frecuencia (cuadrada, f_o): $V_o = \sum_{n\ impar} \frac{4V_{in}}{n\pi}\sin n\omega_o t$; $V_{n,\text{ef}} = \frac{4V_{in}}{n\pi\sqrt{2}}$, $V_{1,\text{ef}} = 0{,}900 V_{in}$, THD 48,3 %. Difícil filtrar el 3° (con $f_c = 1{,}5 f_o$ sólo $\times\frac{1}{4}$, -12 dB).
Alta frecuencia (PWM, $f_{sw} > 20 f_o$): la media local es senoidal de f_o; armónicos en f_{sw} y múltiplos. Filtro L–C: $f_o \ll f_c \ll f_{sw}$; menor $f_c \Rightarrow$ más atenuación, mayor $f_c \Rightarrow L, C$ menores. SPWM: $\hat{V}_{o1} = m_a V_{in}$ [$m_a \leq 1$]; límite cuadrada $\frac{4}{\pi} V_{in}$.
Inversor+L+red (superposición por armónicos): $\mathbf{I}^{(1)} = \frac{\mathbf{V}_{inv}^{(1)} - \mathbf{V}_{red}}{j\omega L}$; para $n \neq 1$ la red es un cortocircuito: $|I^{(n)}| = \frac{V^{(n)}}{n\omega L}$. $P = \text{Re}\{\mathbf{V}_{red}\mathbf{I}^{(1)*}\}$; el signo de φ (adelanto/retraso) decide si entrega o absorbe.

Atajos numéricos y datos típicos de examen

dB	0	3	6	10	14	20	26	40	60
×	1	1,41	2	3,16	5	10	≈ 20	100	1000

Datos "con 2π": $L = \frac{1}{2\pi}$ mH y $C = \frac{1}{2\pi}$ mF $\Rightarrow f_0 = 1$ kHz, $Z_0 = 1\,\Omega$, $|Z_L| = |Z_C| = 1\,\Omega$ en f_0. Cortes: $f = \frac{1}{2\pi RC}$, $f = \frac{R}{2\pi L}$ (equivalen a $\omega = \frac{1}{RC}$, $\frac{R}{L}$ en rad/s). Convertir siempre $\omega \leftrightarrow f$ antes de leer el Bode.

Rendimiento estático de los modelos: $\eta = \frac{V_{out} I_{out}}{D V_g I_{in}}$ (pérdidas en R serie). Celdas Li-ion del curso: 4 V, 1 Ah, $I_{max} = 8$–10 A $\Rightarrow N_s = 3, 6, 7, 12, 25$ para 12, 24, 28, 48, 100 V. Red: 230 V/50 Hz o 115 V/400 Hz.

Espectro cuadrada: armónicos impares $\propto 1/n$; PWM: armónicos en f_{sw}. Potencia $\propto$ velocidad^3 en bombas/ventiladores: $-10\,\%$ de velocidad $\rightarrow -27\,\%$ de potencia.

Recetas de examen (orden habitual de apartados)

Lazo de control (4–6 pts): (1) punto de operación: D de la ecuación en CC (L→corto, C→abierto), rendimiento $\eta = \frac{V_o I_o}{D V_g I_{in}}$; (2) planta $G = \tilde{y}/\tilde{d}$ y Bode (cortes, nivel CC en dB); (3) $R(s) = \frac{\omega_c}{s} G^{-1}$, dar K, T (o ceros y polos); (4) Bode de $|L|$, $|R|$, MF; (5) G^{ol}_{pert} y su Bode; (6) diagrama de bloques; (7) $G^{cl} = G^{ol}/(1+L)$ y Bode por zonas; (8) rizado a una $f_O < f_c$ y otra $f_O > f_c$ (módulo en dB → lineal, fase), dibujo temporal.

Panel + filtro + convertidor: Thevenin/Norton → punto con P_{in} (2.º grado, raíz válida) → $Z_{in} = -V^2/P$ → Bode de Z_{out} (serie: mayor; paralelo: menor) → Middlebrook (6 dB) → amortiguar R_d–C_d y justificar que no afecta en CC.

Rectificador: $P_{rect} = V_{\text{ef}} I_{1,\text{ef}} \cos\varphi_1$; $P_g = P_{rect} + P_R$; $P_{bat} = \eta P_{rect}$; FP y THD sólo del rectificador; con C_f/R_p sumar fasores del fundamental y recalcular.

Almacenamiento: energía/perfil → N_s → N_p por energía y por corriente → comprobar caída/ESR, SoD, I_{max} → redondear hacia arriba.

[REVISAR] puntos donde las fuentes se contradicen

(1) Bobina: es la *corriente* la que no salta, no la tensión. (2) $20 \log 2 = 6$ dB (3 dB es $10 \log 2$, potencia). (3) Fase en $\omega_p/10$: 5,7°, no 6°. (4) Condición modo corriente con R_L: $R_L < V_{mpp}/I_{mpp}$. (5) Supercondensador en paralelo: $E_T = \frac{n}{2} C v^2$ (la diapositiva dice "serie"). (6) Parseval: raíz de suma de *cuadrados*, no suma de eficaces. (7) MF de un PI dado: el valor asintótico (45°) difiere del exacto ($\approx 56°$); indicar cuál se pide.