Resoluciones

Gestión Electrónica de la Energía Eléctrica

T2 – Modelado y estabilidad

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Índice general

1 Conmutación, linealización y modelo del reductor (A–C) **2**

2 Criterio de Middlebrook y filtros de entrada (D–E) **7**

3 Diseño de reguladores y rechazo de perturbaciones (F–H) **12**

4 Márgenes y diseño completo (I–J) **21**

Resoluciones paso a paso de los problemas A–J (los enunciados se reproducen tal cual mediante `GEEE_T2_enun.tex`). Todos los números están calculados con `T2/calc_T2_ej.py` (numpy/scipy); los resultados finales se destacan en verde. Convenio: "*asint.*" es el valor leído en el Bode de rectas y rampas de ±45°/década; "*exacto*" es el de la función completa. $\omega_c = 2\pi f_c$.

1 Conmutación, linealización y modelo del reductor (A–C)

Problema A (0,5 p) – Lineal frente a conmutado

Una fuente de 24 V alimenta una carga de 5 V que consume 2 A.

a) Rendimiento y potencia disipada si se usa un regulador lineal en serie.

b) Con un reductor de rendimiento $\eta = 0{,}92$: potencia de entrada, pérdidas y ciclo de trabajo ideal.

c) Con $f_{sw} = 250\,\text{kHz}$ y $L = 10\,\mu\text{H}$ se quiere $f_0 = f_{sw}/20$. Calcula C, el factor de calidad Q con la carga $R = V_o/I_o$, la atenuación (en dB) de la fundamental del pulso y el rizado pico a pico que resulta (primer armónico).

Resolución.

a) Regulador lineal: la corriente de entrada es la de salida.

$$P_{in} = 24 \cdot 2 = 48\,\text{W} \qquad P_o = 5 \cdot 2 = 10\,\text{W}$$

$$\eta = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{5}{24} = \boxed{20{,}8\,\%}$$

$$P_d = (24 - 5) \cdot 2 = \boxed{38\,\text{W}}$$

b) Reductor con rendimiento $\eta = 0{,}92$:

$$P_{in} = \frac{P_o}{\eta} = \frac{10}{0{,}92} = \boxed{10{,}87\,\text{W}}$$

$$P_{perd} = 10{,}87\,\text{W} - 10\,\text{W} = \boxed{0{,}87\,\text{W}} \quad \text{(frente a } 38\,\text{W)}$$

$$D = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{5}{24} = \boxed{0{,}2083}$$

c) Frecuencia de corte del filtro y capacidad:

$$f_0 = \frac{f_{sw}}{20} = 12{,}5\,\text{kHz}$$

$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 12500)^2 \cdot 10^{-5}}$$
$$= \boxed{16{,}21\,\mu\text{F}}$$

Con $R = 5/2 = 2{,}5\,\Omega$, el factor de calidad es:

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 2{,}5\sqrt{1{,}621} = \boxed{3{,}18}$$

Una década por encima de f_0 la pendiente es $-40\,\text{dB/dec}$. A $f_{sw} = 20 f_0$ la atenuación asintótica y la exacta son:

$$A_{asint} = -40 \log 20 = -52{,}04\,\text{dB}$$

$$|H(j2\pi f_{sw})| = \boxed{-52{,}02\,\text{dB}} \qquad (\text{factor } 2{,}5 \cdot 10^{-3})$$

La fundamental del pulso (serie de Fourier) y la amplitud de rizado:

$$A_1 = \frac{2V_{in}\sin(\pi D)}{\pi} = 9{,}30\,\text{V}$$

$$\hat{v}_{rizado} = 9{,}30 \cdot 2{,}505 \cdot 10^{-3} = 23{,}3\,\text{mV}$$

El rizado pico a pico es el doble:

$$\Delta v_{pp} = \boxed{46{,}6\,\text{mV}}$$

Con la forma exacta del rizado, $V_{in}D(1-D)/(8LCf_{sw}^2) = 48{,}8\,\text{mV}$: el primer armónico queda un 4,5 % por debajo.

Problema B (0,5 p) – Linealización y potencia constante

Un convertidor regulado, alimentado a $V_{IN} = 48\,\text{V}$, entrega a su carga $P_o = 150\,\text{W}$ constantes con rendimiento $\eta = 0{,}94$.

a) Corriente de entrada y $Z_{IN} = \tilde{v}_{IN}/\tilde{\imath}_{IN}$ en ese punto.

b) Escribe $i_{IN}(v_{IN}, P_o)$ y linealiza (Taylor) en el punto: $\partial i_{IN}/\partial v_{IN}$ y $\partial i_{IN}/\partial P_o$.

c) Predice $\tilde{\imath}_{IN}$ para $\tilde{v}_{IN} = 4\,\text{V}$ con P_o fija y compáralo con el valor exacto (error en %).

d) Repite con $\tilde{v}_{IN} = 4\,\text{V}$ y $\tilde{P}_o = 10\,\text{W}$ a la vez.

Resolución.

a) Potencia y corriente de entrada:

$$P_{IN} = \frac{P_o}{\eta} = \frac{150}{0{,}94} = 159{,}57\,\text{W}$$

$$I_{IN} = \frac{P_{IN}}{V_{IN}} = \underline{3{,}324\,\text{A}}$$

Impedancia incremental de entrada:

$$Z_{IN} = -\frac{V_{IN}^2}{P_{IN}} = -\frac{48^2}{159{,}57}$$
$$= \underline{-14{,}44\,\Omega} \qquad (|Z_{IN}| = 23{,}19\,\text{dB}\Omega)$$

b) La corriente de entrada es

$$i_{IN} = \frac{P_o}{\eta\, v_{IN}}$$

Derivadas en el punto de trabajo:

$$\frac{\partial i_{IN}}{\partial v_{IN}} = -\frac{P_o}{\eta V_{IN}^2} = -\frac{I_{IN}}{V_{IN}}$$
$$= \underline{-0{,}0693\,\text{A/V}} \qquad (= 1/Z_{IN})$$

$$\frac{\partial i_{IN}}{\partial P_o} = \frac{1}{\eta V_{IN}} = \underline{0{,}022\,16\,\text{A/W}}$$

Por tanto el modelo linealizado es:

$$\tilde{\imath}_{IN} = \frac{\tilde{v}_{IN}}{Z_{IN}} + \frac{\tilde{P}_o}{\eta V_{IN}}$$

c) Con $\tilde{v}_{IN} = +4\,\text{V}$ y $\tilde{P}_o = 0$:

$$\tilde{i}_{IN}^{lineal} = -0{,}0693 \cdot 4 = \boxed{-0{,}277\,\text{A}}$$

$$\tilde{i}_{IN}^{exacto} = \frac{159{,}57}{52} - 3{,}324 = -0{,}2557\,\text{A}$$

El error es $8{,}33\,\% = \tilde{v}_{IN}/V_{IN}$ (el término de segundo orden $P_{IN}\tilde{v}^2/V^3$ crece con la perturbación).

d) Con $\tilde{P}_o = +10\,\text{W}$:

$$\tilde{i}_{IN}^{lineal} = -0{,}277 + 0{,}02216 \cdot 10 = \boxed{-0{,}0554\,\text{A}}$$

$$\begin{aligned}\tilde{i}_{IN}^{exacto} &= \frac{160}{0{,}94 \cdot 52} - 3{,}324 \\ &= -0{,}0511\,\text{A} \qquad (\text{error } 4{,}3\,\text{mA})\end{aligned}$$

En este modelo el resultado exacto cumple

$$\tilde{i}_{IN}^{exacto} = \frac{\tilde{i}_{IN}^{lineal}}{1 + \tilde{v}_{IN}/V_{IN}}$$

así que el error relativo es siempre $\tilde{v}_{IN}/V_{IN} = 8{,}33\,\%$, con o sin $\tilde{P}_o$: el linealizado sólo es fiable si $|\tilde{v}_{IN}| \ll V_{IN}$.

Problema C (0,75 p) – Modelo promediado del reductor

Reductor con $V_g = 12\,\text{V}$, $L = 50\,\mu\text{H}$, $C = 200\,\mu\text{F}$, $R = 1\,\Omega$ y $f_{sw} = 100\,\text{kHz}$; salida $V_o = 5\,\text{V}$.

a) D e I_o en el punto de operación.

b) $G_{vd}(s) = \tilde{v}_o/\tilde{d}$: f_0, Q, ganancia en continua en dB, valor máximo exacto de $|G_{vd}|$ y fase en f_0.

c) Dibuja el Bode asintótico y calcula el valor exacto de $|G_{vd}(j2\pi f_{sw})|$ en dB.

d) Amplitud de la fundamental del pulso conmutado y rizado pico a pico de v_o (primer armónico); compáralo con $V_g D(1-D)/(8LCf_{sw}^2)$.

Resolución.

a) Ciclo de trabajo y corriente de salida:

$$D = \frac{V_o}{V_g} = \frac{5}{12} = \boxed{0{,}4167} \qquad I_o = \frac{V_o}{R} = \boxed{5\,\text{A}}$$

b) La función de transferencia es

$$G_{vd} = \frac{V_g}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

Con $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{10^{-8}} = 10^4$ rad/s:

$$f_0 = \boxed{1{,}592\,\text{kHz}} \qquad Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \boxed{2{,}0}$$

$$G_{vd}(0) = 12 = \boxed{21{,}58\,\text{dB}}$$

En f_0:

$$|G_{vd}| = QV_g = 24 \qquad (27{,}60\,\text{dB}) \qquad \angle G_{vd} = \boxed{-90^\circ}$$

El máximo exacto está algo antes de f_0:

$$f_{pk} = f_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} = 1{,}489\,\text{kHz}$$

$$|G_{vd}|_{max} = \frac{QV_g}{\sqrt{1 - 1/(4Q^2)}} = \boxed{24{,}79\ (27{,}88\,\text{dB})}$$

c) Bode asintótico: 21,58 dB hasta f_0 y pendiente -40 dB/dec después; fase $0 \to -180^\circ$ entre $f_0/10$ y $10f_0$ (figura 1).

A $f_{sw} = 62{,}8f_0$, valor asintótico y exacto:

$$A_{asint} = 21{,}58 - 40\log 62{,}83 = -50{,}34\,\text{dB}$$

$$|G_{vd}(j2\pi f_{sw})| = \boxed{-50{,}34\,\text{dB}}$$

Coinciden a 0,002 dB, porque está muy lejos del pico.

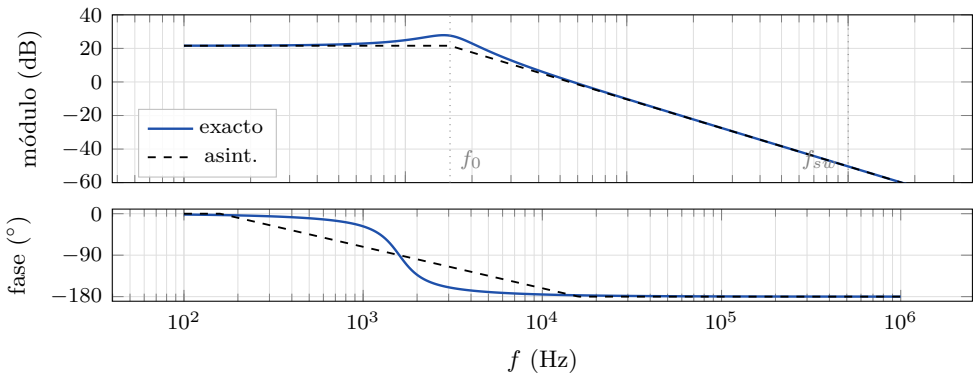


Figura 1. Problema C: $G_{vd}(j\omega)$ exacta y asintótica.

d) Fundamental del pulso:

$$A_1 = \frac{2 \cdot 12 \sin(\pi \cdot 0{,}4167)}{\pi} = 7{,}379\,\text{V}$$

El filtro atenúa $|G_{vd}(j2\pi f_{sw})|/V_g = 2{,}53 \cdot 10^{-4}$, así que la amplitud de rizado es 1,870 mV y

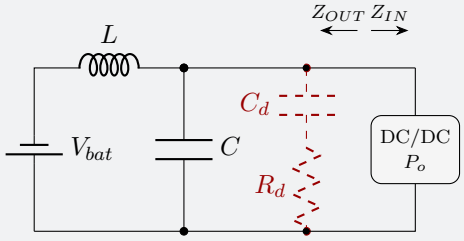
$$\Delta v_{pp} = \boxed{3{,}74\,\text{mV}}$$

Frente a $\dfrac{V_g D(1-D)}{8LCf_{sw}^2} = 3{,}65\,\text{mV}$ (diferencia 2,5 %).

2 Criterio de Middlebrook y filtros de entrada (D–E)

Problema D (1,25 p) – Filtro EMI y amortiguamiento

Una batería de $V_{bat} = 28\,\text{V}$ alimenta, a través de un filtro L–C ($L = 47\,\mu\text{H}$, $C = 10\,\mu\text{F}$), un convertidor que entrega $P_o = 250\,\text{W}$ con $\eta = 0{,}92$ (potencia mínima 50 W).



a) Z_{IN} a potencia máxima y límite de Middlebrook (en Ω y en dB); $R_0 = \sqrt{L/C}$ y f_r.

b) ¿Se cumple Middlebrook sin amortiguar?

c) Se añade la rama R_d–C_d con $C_d = 4C$ y R_d óptimo (Erickson): R_d, pico de $|Z_{OUT}|$ y veredicto.

d) Valor mínimo (real) de $n = C_d/C$ para cumplir; adopta $n = 8$: R_d, C_d, pico y holgura en dB.

e) Repite la comprobación a potencia mínima (50 W): $|Z_{IN}|$, límite y holgura con $n = 8$. Atenuación (en dB) que el filtro, sin amortiguar, aplica a un armónico de 200 kHz de la corriente i_{IN} (cociente entre la corriente de batería y la de entrada del convertidor).

Resolución.

a) Potencia máxima:

$$P_{IN} = \frac{250}{0{,}92} = 271{,}7\,\text{W} \qquad I_{IN} = \frac{P_{IN}}{V_{bat}} = 9{,}705\,\text{A}$$

Impedancia de entrada y límite de Middlebrook:

$$|Z_{IN}| = \frac{V_{bat}^2}{P_{IN}} = \frac{28^2}{271{,}7} = \underline{2{,}885\,\Omega\ (9{,}20\,\text{dB}\Omega)}$$

$$\frac{|Z_{IN}|}{2} = \underline{1{,}443\,\Omega\ (3{,}18\,\text{dB}\Omega)}$$

Filtro:

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{47}{10}} = \underline{2{,}168\,\Omega} \qquad (6{,}72\,\text{dB}\Omega)$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \underline{7{,}34\,\text{kHz}}$$

b) Sin amortiguar,

$$Z_{OUT} = \frac{sL}{LCs^2 + 1}$$

tiene un pico infinito en f_r (asíntotas ωL y $1/\omega C$ que se cruzan en $R_0 = 2{,}17\,\Omega > 1{,}44\,\Omega$): **no se cumple** Middlebrook; el sistema es inestable para cualquier P (figura 2).

c) Con $C_d = nC$ el pico de $|Z_{OUT}|$ es (complemento: Erickson)

$$|Z_{OUT}|_{pico} = \frac{R_0\sqrt{2(2+n)}}{n} \qquad R_d = R_0\sqrt{\frac{(2+n)(4+3n)}{2n^2(4+n)}}$$

Para $n = 4$:

$$R_d = 2{,}168 \cdot 0{,}612 = \underline{1{,}328\,\Omega} \qquad (C_d = 40\,\mu\text{F})$$

$$|Z_{OUT}|_{pico} = 2{,}168 \cdot 0{,}866 = \underline{1{,}877\,\Omega\ (5{,}47\,\text{dB}\Omega)}$$

Como $1{,}877\,\Omega > 1{,}443\,\Omega$, **no cumple** (faltan 2,29 dB). Comprobado por barrido numérico (pico en 4,24 kHz).

d) Exigir $R_0\sqrt{2(2+n)}/n \le |Z_{IN}|/2$, con $r = |Z_{IN}|/(2R_0) = 0{,}6654$, equivale a

$$r^2n^2 - 2n - 4 \ge 0$$

y por tanto:

$$n_{min} = \frac{2 + \sqrt{4 + 16r^2}}{2r^2} = \boxed{6{,}02}$$

Con $n = 8$:

$$C_d = \boxed{80\,\mu\text{F}} \qquad R_d = 2{,}168 \cdot 0{,}427 = \boxed{0{,}926\,\Omega}$$

$$|Z_{OUT}|_{pico} = \frac{2{,}168\sqrt{20}}{8} = \boxed{1{,}212\,\Omega\ (1{,}67\,\text{dB}\Omega)}$$

$$\text{holgura} = 20\log\frac{1{,}443}{1{,}212} = \boxed{1{,}51\,\text{dB}}$$

Cumple, pero con poco margen; el pico real cae a 3,28 kHz.

e) A $P_o = 50\,\text{W}$:

$$P_{IN} = 54{,}35\,\text{W} \qquad |Z_{IN}| = \boxed{14{,}43\,\Omega\ (23{,}18\,\text{dB}\Omega)}$$

$$\text{límite} = 7{,}21\,\Omega \qquad (17{,}16\,\text{dB}\Omega)$$

Holgura con $n = 8$:

$$\text{holgura} = 20\log\frac{7{,}213}{1{,}212} = \boxed{15{,}5\,\text{dB}}$$

El caso crítico es la potencia *máxima* (menor $|Z_{IN}|$); sin amortiguar, incluso a 50 W el pico ideal seguiría siendo infinito.

Atenuación del armónico de 200 kHz de corriente:

$$\frac{i_{bat}}{i_{IN}} = \frac{1}{1 - LC\omega^2} = \frac{1}{741{,}2} \qquad (LC\omega^2 = 742{,}2)$$

$$A = \boxed{-57{,}40\,\text{dB}} \qquad (\text{asint. } -40\log(200/7{,}34) = -57{,}41\,\text{dB})$$

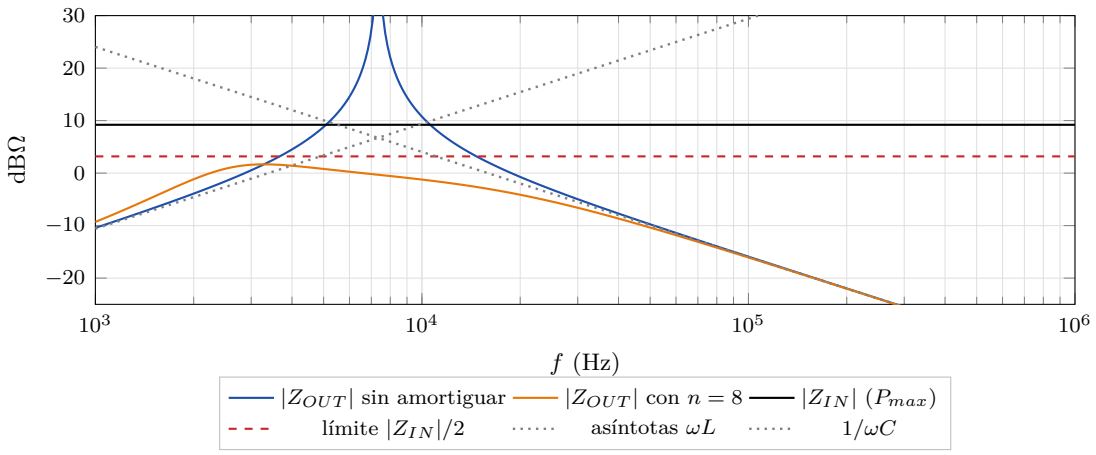
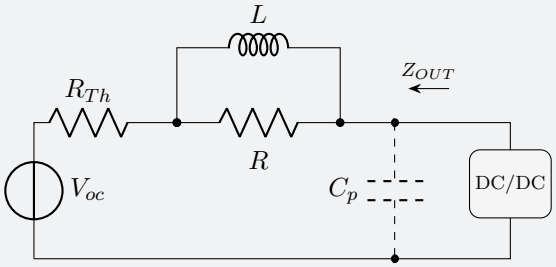


Figura 2. Problema D. El pico sin amortiguar (dibujado con 2 mΩ de resistencia serie para que sea finito) supera el límite; con $n = 8$ queda 1,5 dB por debajo.

Problema E (1,25 p) – Panel solar con filtro y Middlebrook

Un panel que trabaja en su zona de caída (equivalente de Thévenin $V_{oc} = 40\,\text{V}$, $R_{Th} = 0{,}5\,\Omega$) alimenta, a través de una bobina $L = 15\,\mu\text{H}$ con una resistencia $R = 20\,\Omega$ en paralelo y un condensador opcional C_p, un convertidor que entrega $P_o = 180\,\text{W}$ con $\eta = 0{,}95$ a potencia constante.



a) Punto de operación (corriente y tensión de entrada) y Z_{IN}.

b) Límite de Middlebrook en Ω y en dB.

c) $Z_{OUT} = R_{Th} + (sL \parallel R)$ sin C_p: valor máximo y frecuencia a la que se cruza el límite.

d) C_p por el método gráfico (impedancia de C_p igual al límite en la frecuencia del cruce) y valor mínimo exacto (barrido de $|Z_{OUT}(j\omega)|$). Comenta la diferencia.

Resolución.

a) Potencia de entrada:

$$P_{IN} = \frac{180}{0{,}95} = 189{,}5\,\text{W}$$

Con el panel en modo tensión, $V_p = V_{oc} - R_{Th} I_p$ y $V_p I_p = P_{IN}$, luego

$$0{,}5 I_p^2 - 40 I_p + 189{,}5 = 0$$

$$I_p = 40 - \sqrt{1600 - 378{,}9} = \boxed{5{,}056\,\text{A}}$$

$$V_p = \boxed{37{,}47\,\text{V}}$$

La otra raíz, 74,9 A con 2,5 V, es el punto casi en cortocircuito, fuera de la zona de caída y no válido.

Impedancia incremental:

$$Z_{IN} = -\frac{V_p^2}{P_{IN}} = \boxed{-7{,}41\,\Omega} \qquad (|Z_{IN}| = 17{,}40\,\text{dB}\Omega)$$

b) Límite de Middlebrook:

$$\frac{|Z_{IN}|}{2} = \boxed{3{,}705\,\Omega\ (11{,}38\,\text{dB}\Omega)}$$

c) La impedancia de salida es

$$Z_{OUT} = R_{Th} + \frac{sLR}{R + sL}$$

Vale 0,5 Ω en continua y crece hasta un máximo a alta frecuencia:

$$R_{Th} + R = \boxed{20{,}5\,\Omega\ (26{,}2\,\text{dB}\Omega)}$$

La esquina de $L \parallel R$ está en $R/2\pi L = 212\,\text{kHz}$. Cruza el límite en

$$f_x = \boxed{38{,}6\,\text{kHz}} \quad (|Z_{OUT}(jf_x)| = 3{,}705\,\Omega)$$

y permanece por encima: sin C_p **no cumple**.

d) *Método gráfico:* $1/(2\pi f_x C_p) = |Z_{IN}|/2$, luego

$$C_p = \frac{1}{2\pi \cdot 38\,642 \cdot 3{,}705} = \boxed{1{,}11\,\mu\text{F}}$$

Pero C_p forma con L un resonador y el pico real con este valor es 11,9 Ω (21,5 dBΩ) a 38,5 kHz: **no cumple** (faltan 10,1 dB).

Barrido exacto de $|Z_{OUT}(j\omega)|$ con C_p en paralelo:

$$C_{p,min} = \boxed{7{,}28\,\mu\text{F}} \quad (\text{pico } = 3{,}705\,\Omega \text{ a } 15{,}0\,\text{kHz})$$

Son unas 6,5 veces el valor gráfico. Con $2C_{p,min} = 14{,}6\,\mu\text{F}$ el pico es 2,13 Ω (holgura 4,8 dB).

Estimación para resonador poco amortiguado ($Q \gg 1$):

$$C_p \gtrsim \frac{L}{R_{Th}\,|Z_{IN}|/2} = 8{,}1\,\mu\text{F}$$

Acierta el orden de magnitud y es conservadora. El método gráfico sólo es una cota inferior: hay que comprobar el pico.

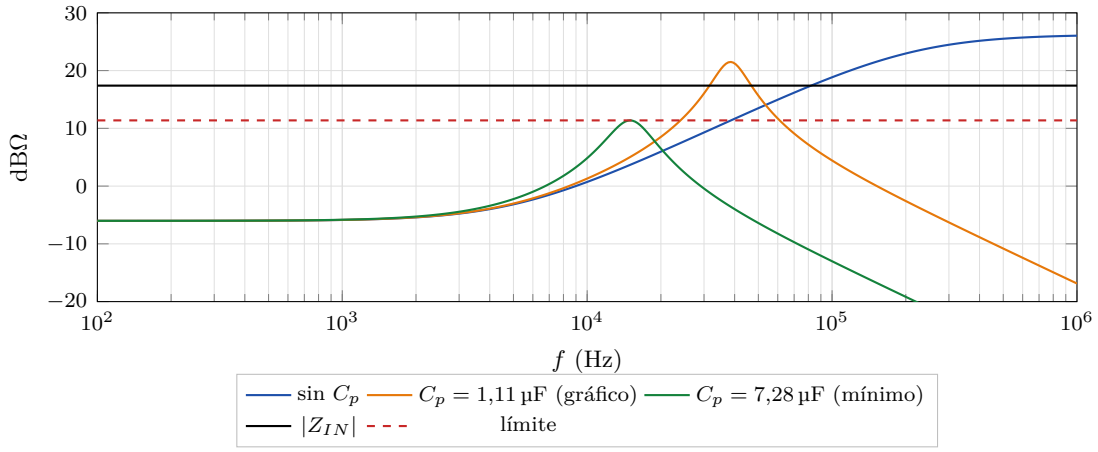
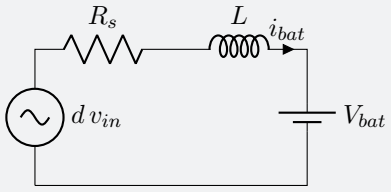


Figura 3. Problema E: $|Z_{OUT}|$ sin condensador, con el valor del método gráfico (insuficiente) y con el mínimo exacto (toca el límite).

3 Diseño de reguladores y rechazo de perturbaciones (F–H)

Problema F (1,25 p) – Control de corriente de un cargador

La fuente $d\,v_{in}$ ($V_{in} = 48\,\text{V}$) alimenta, a través de $R_s = 0{,}2\,\Omega$ y $L = (1/\pi)\,\text{mH}$, una batería $V_{bat} = 12\,\text{V}$. Un lazo de realimentación unitaria con regulador $R(s)$ controla i_{bat} ($d = D + \tilde{d}$).



a) D, P_o y rendimiento para $I_{bat} = 10\,\text{A}$.

b) $G(s) = \tilde{\imath}_{bat}/\tilde{d}$: ganancia en continua (dB) y polo.

c) PI $R(s) = K(1 + 1/T_i s)$ que cancela el polo de la planta para $f_c = 2\,\text{kHz}$: T_i, K, MF y MG.

d) Se coloca el cero en 1 kHz con el mismo K: frecuencia de cruce y MF exactos. ¿Qué K da de nuevo $f_c = 2\,\text{kHz}$ y qué MF?

e) Con el diseño del apartado c): $i_{ref}(t) = 10 + \sin(2\pi \cdot 2000\,t)$ A. Expresión de $i_{bat}(t)$ en lazo cerrado.

f) Perturbación $v_{bat} = 12 + 0{,}5\sin(2\pi \cdot 100\,t)$ V: $\tilde{\imath}_{bat}/\tilde{v}_{bat}$ en lazo abierto y cerrado y amplitud del rizado de i_{bat} en cada caso.

Resolución.

a) Malla en continua: $DV_{in} = R_s I_{bat} + V_{bat}$, luego

$$D = \frac{0{,}2 \cdot 10 + 12}{48} = \underline{0{,}2917} \qquad P_o = V_{bat} I_{bat} = \underline{120\,\mathrm{W}}$$

La fuente entrega:

$$P_{in} = D V_{in} I_{bat} = 14 \cdot 10 = 140\,\mathrm{W} \qquad (\text{pérdidas } R_s I^2 = 20\,\mathrm{W})$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_{in}} = \underline{85{,}7\,\%}$$

b) Con v_{bat} fija, $\tilde{d}\,V_{in} = (R_s + sL)\tilde{\imath}_{bat}$:

$$G(s) = \frac{\tilde{\imath}_{bat}}{\tilde{d}} = \frac{V_{in}}{R_s + sL} = \frac{V_{in}/R_s}{1 + \frac{L}{R_s}s}$$

Ganancia en continua y polo:

$$G_0 = \frac{48}{0{,}2} = 240 = \underline{47{,}6\,\mathrm{dB}}$$

$$\omega_p = \frac{R_s}{L} = \frac{0{,}2\pi}{10^{-3}} = 628{,}3\,\mathrm{rad/s}$$

$$f_p = \underline{100\,\mathrm{Hz}}$$

c) $L = \omega_c/s$ exige

$$R(s) = \frac{\omega_c}{G_0}\,\frac{1 + s/\omega_p}{s} = K\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

con $T_i = 1/\omega_p = L/R_s$ y $K = \dfrac{\omega_c}{G_0 \omega_p} = \dfrac{\omega_c L}{V_{in}}$:

$$T_i = \underline{1{,}592\,\mathrm{ms}}$$

$$K = \frac{2\pi \cdot 2000 \cdot 10^{-3}/\pi}{48} = \underline{0{,}0833}\ (-21{,}6\,\mathrm{dB})$$

El lazo resultante es:

$$L(s) = \frac{\omega_c}{s}$$

$$\Rightarrow\ \underline{\mathrm{MF} = 90^\circ,\ \mathrm{MG} = \infty}$$

Verificación: $|L(j\omega)|\,\omega/\omega_c = 1.000$ a cualquier frecuencia (figura 4).

d) Con el cero en $f_z = 1\,\text{kHz}$ ($T_i = 159\,\mu\text{s}$) y el mismo K:

$$L(s) = K\Big(1 + \frac{\omega_z}{s}\Big)\frac{G_0}{1 + s/\omega_p}$$

$|L| = 1$ en (exacto; asint.: $KG_0 f_p = 2\,\text{kHz}$):

$$f_c = \boxed{2{,}195\,\text{kHz}}$$

Margen de fase:

$$\text{MF} = \boxed{68{,}1^\circ}\ \text{(exacto;\ lectura con rampas} \approx 58{,}5^\circ)$$

En f_c: fase de la planta $-87{,}4^\circ$, del PI $-24{,}5^\circ$.

Para recuperar $f_c = 2\,\text{kHz}$ exactos hay que bajar K a

$$K = \boxed{0{,}0746}\ (-22{,}5\,\text{dB}) \qquad\qquad \text{MF} = \boxed{66{,}3^\circ}$$

El cero que no cancela deja $|L|$ con pendiente -40 entre f_p y f_z y resta fase.

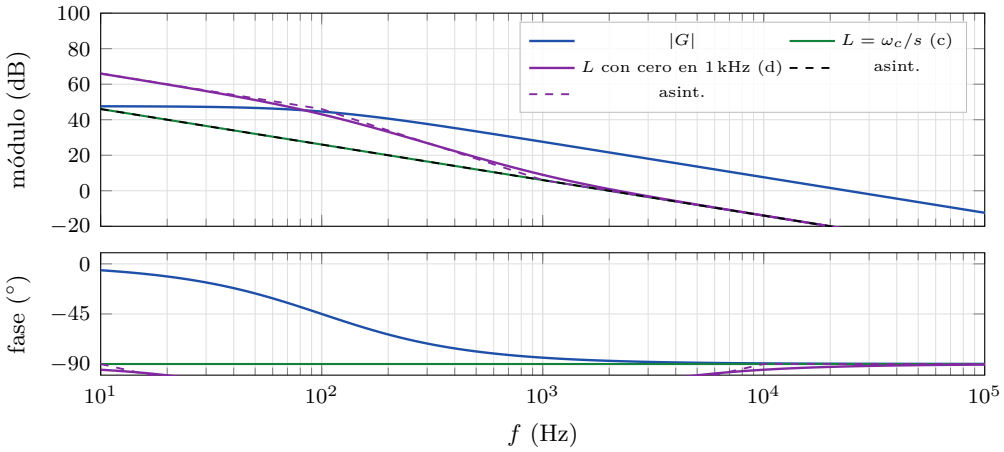


Figura 4. Problema F: planta G, ganancia de lazo ideal $L = \omega_c/s$ y lazo con el cero desplazado.

e) En lazo cerrado:

$$\frac{\tilde{y}}{\tilde{y}_{ref}} = \frac{L}{1+L} = \frac{1}{1 + s/\omega_c}$$

A f_c: $|T| = 1/\sqrt{2} = 0{,}707$, $\angle T = -45^\circ$, y la continua pasa tal cual:

$$\boxed{i_{bat}(t) = 10 + 0{,}707\sin(2\pi \cdot 2000\,t - 45^\circ)\ \text{A}}$$

f) Con $d = D$ fijo y $\tilde{v}_{bat}$ aplicada a la rama, en lazo abierto y en lazo cerrado:

$$\left.\frac{\tilde{i}_{bat}}{\tilde{v}_{bat}}\right|_{OL} = -\frac{1}{R_s + sL}$$

$$\left.\frac{\tilde{i}_{bat}}{\tilde{v}_{bat}}\right|_{CL} = \frac{-1/(R_s + sL)}{1 + L(s)}$$

El módulo en lazo abierto es $5\,\text{A/V} = 13{,}98\,\text{dB}$ hasta $100\,\text{Hz}$, y después $-20\,\text{dB/dec}$.

A $100\,\text{Hz}$:

$$|\cdot|_{OL} = \frac{1}{0{,}2\sqrt{2}} = 3{,}536\,\text{A/V}\angle 135^\circ$$

$$L(j2\pi 100) = \frac{\omega_c}{j\omega} = -20j \qquad\qquad |1 + L| = 20{,}02$$

Con 0,5 V de amplitud:

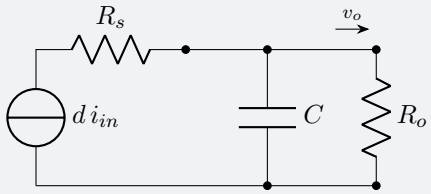
$$\hat{i}_{OL} = 0{,}5 \cdot 3{,}536 = \boxed{1{,}77\,\text{A}}$$

$$\hat{i}_{CL} = \boxed{88{,}3\,\text{mA}}\ (\angle -137{,}9^\circ)$$

La reducción es de ≈ 20, igual a $|L|$ en esa frecuencia.

Problema G (1 p) – Control de tensión con fuente de corriente

La fuente $d\,i_{in}$ ($I_{in} = 10\,\text{A}$) alimenta, a través de $R_s = 0{,}1\,\Omega$, el paralelo $C = (2/3\pi)\,\text{mF}$ y $R_o = 1{,}5\,\Omega$. Lazo de tensión de realimentación unitaria ($d = D + \tilde{d}$).



a) D, P_o y rendimiento para $V_o = 9\,\text{V}$.

b) $G(s) = \tilde{v}_o/\tilde{d}$ y su Bode (ganancia en continua en dB y polo).

c) Regulador $R_1(s) = K(1 + 1/T_i s)$ con $K = 2/3$ y cero en $5\,\text{kHz}$: Bode asintótico de L_1; frecuencia de cruce y MF exactos.

d) Nuevo cero en el polo de la planta (manteniendo K): f_c y MF.

e) $v_{ref} = 9 + \sin(2\pi f t)$ V: amplitud y fase de v_o para $f = 1\,\text{kHz}$, $5\,\text{kHz}$ y $50\,\text{kHz}$ con cada regulador.

Resolución.

a) Una fuente de corriente ideal no ve R_s en serie:

$$dI_{in} = \frac{V_o}{R_o} = 6\ \text{A}$$

$$D = \boxed{0{,}6}$$

$$P_o = 9 \cdot 6 = \boxed{54\,\text{W}}$$

La fuente tiene en bornes $V_o + R_s I_o = 9{,}6\,\text{V}$, luego

$$P_{in} = 9{,}6 \cdot 6 = 57{,}6\,\text{W} \qquad \eta = \frac{54}{57{,}6} = \boxed{93{,}75\,\%}$$

b) $\tilde{v}_o = \tilde{d}\, I_{in}\, (R_o \parallel C)$:

$$G(s) = \frac{I_{in} R_o}{1 + R_o C\, s} = \frac{15}{1 + s/\omega_p}$$

Ganancia en continua y polo:

$$G_0 = 15 = \boxed{23{,}5\,\text{dB}} \qquad \omega_p = \frac{1}{R_o C} = 1000\pi$$

$$f_p = \boxed{500\,\text{Hz}}$$

Bode: plano en 23,5 dB hasta 500 Hz y -20 dB/dec después; fase $0 \to -90°$ (figura 5).

c) $R_1(s) = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{\omega_z}{s}\right)$ con $f_z = 5\,\text{kHz}$ y $KG_0 = 10$ (20 dB).

Bode asintótico de L_1:

- -20 dB/dec desde baja frecuencia (40 dB a f_p) hasta $f_p = 500$ Hz.
- -40 dB/dec entre f_p y f_z.
- -20 dB/dec desde f_z, con 0 dB justo en f_z.

Lectura asintótica: $f_c = 5\,\text{kHz}$, fase $-90° - 45°$, MF $= 45°$.

Valores **exactos**: $|L_1| = 1$ en

$$f_c = \boxed{6{,}346\,\text{kHz}}$$

$$\text{MF} = \boxed{56{,}3°} \qquad (\text{MG} = \infty)$$

d) Cero en f_p:

$$R_2 = K\,\frac{s+\omega_p}{s}$$

$$L_2 = \frac{KG_0\omega_p}{s} = \frac{\omega_c}{s} \qquad (\omega_c = 10\omega_p)$$

$f_c = 5\,\text{kHz}$ exactos MF $= 90°$

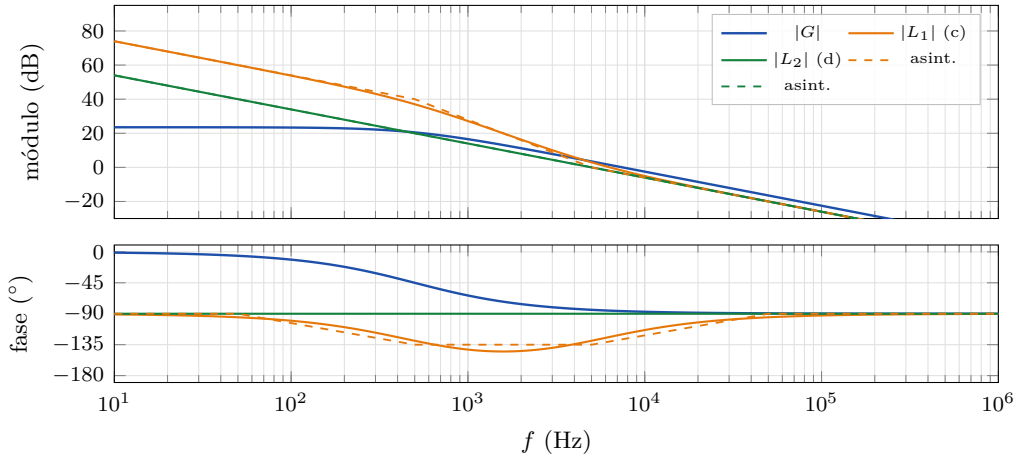


Figura 5. Problema G: planta, L_1 (cero en 5 kHz) y L_2 (cero en el polo): exactas y asintóticas.

e) En lazo cerrado

$$\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_{ref}} = \frac{L}{1+L}$$

(el valor de continua, 9 V, pasa sin cambio). Valores exactos:

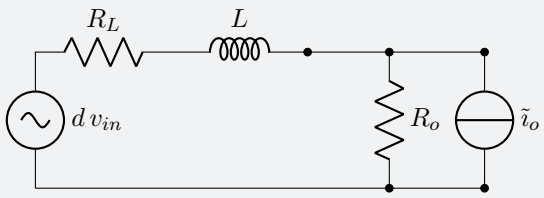
	1 kHz		5 kHz		50 kHz	
	amplitud	fase	amplitud	fase	amplitud	fase
R_1	1,035 V	−1,6°	1,286 V	−45,0°	0,1009 V	−89,4°
R_2	0,981 V	−11,3°	0,707 V	−45,0°	0,0995 V	−84,3°

Con R_1 el cruce coincide con el cero del PI y aparece un pico de $|T| = 1{,}286$ (+2,2 dB en f_c; sobreoscilación: $|1+L| < 1$ cerca de f_c); R_2 es de primer orden, sin pico.

La lectura asintótica (0 dB / −45° en f_c para R_2; ≈ 0 dB y −90° en 50 kHz) coincide con R_2 pero subestima el pico de R_1.

Problema H (1,5 p) – Regulador integral e impedancia de salida

La fuente $d\,v_{in}$ ($V_{in} = 24\,\text{V}$) alimenta la carga $R_o = 0{,}45\,\Omega$ a través de $R_L = 0{,}05\,\Omega$ y $L = (50/\pi)\,\mu\text{H}$. La corriente de carga tiene una perturbación $\tilde{\imath}_o$ (fuente de corriente en paralelo con R_o). Lazo de tensión con $R(s) = K/s$.



a) D, P_o y η para $V_o = 4{,}5\,\text{V}$.

b) $G(s) = \tilde{v}_o/\tilde{d}$: ganancia en continua en dB y polo.

c) $K = 2\pi \cdot 100\,1/\text{s}$: $L(s)$, frecuencia de cruce y MF exactos.

d) K para $f_c = 1\,\text{kHz}$ exactos; K máximo para $MF \geq 45°$ (exacto).

e) Con $K = 2\pi \cdot 100$ y $v_{ref} = 4{,}5 + \sin(2\pi f t)$: $|\tilde{v}_o/\tilde{v}_{ref}|$ y fase a 1 kHz y 10 kHz.

f) $Z_{OL} = \tilde{v}_o/(-\tilde{\imath}_o)$ y Z_{CL}: valores en continua y alta frecuencia, y en 10 Hz, 100 Hz, 1 kHz, 5 kHz y 50 kHz.

g) $\tilde{\imath}_o = 0{,}5\sin(2\pi \cdot 1000\,t)$ A: rizado de v_o en lazo abierto y cerrado.

Resolución.

a) $DV_{in} = (R_L + R_o)I_o$ con $I_o = V_o/R_o = 10\,\text{A}$:

$$D = \frac{0{,}5 \cdot 10}{24} = \boxed{0{,}2083} \qquad P_o = 4{,}5 \cdot 10 = \boxed{45\,\text{W}}$$

$$P_{in} = DV_{in}I_o = 50\,\text{W}$$

$$\eta = \frac{45}{50} = \boxed{90\,\%} \qquad \text{(pérdidas } R_L I_o^2 = 5\,\text{W)}$$

b) $\tilde{d}\,V_{in} = (R_L + sL + R_o)\,\tilde{\imath}$ y $\tilde{v}_o = R_o\tilde{\imath}$:

$$G(s) = \frac{V_{in}R_o/(R_o + R_L)}{1 + \frac{L}{R_o + R_L}s}$$

Ganancia en continua y polo:

$$G_0 = 21{,}6 = \boxed{26{,}69\,\text{dB}} \qquad \omega_p = \frac{R_o + R_L}{L} = 10^4\pi$$

$$f_p = \boxed{5\,\text{kHz}}$$

c) El lazo es

$$L(s) = \frac{KG_0}{s\,(1 + s/\omega_p)}$$

con $KG_0 = 2\pi \cdot 100 \cdot 21{,}6 = 13\,572/\text{s}$ $(= 2\pi \cdot 2160)$.

Asintótico: $f_c = 2{,}16\,\text{kHz}$ (por debajo de f_p) con

$$\text{MF} \approx 90^\circ - 28{,}6^\circ = 61{,}4^\circ \quad \text{(rampas)}$$

Exacto: $|L| = 1$ en

$$f_c = \boxed{2{,}005\,\text{kHz}}$$

$$\text{MF} = 90^\circ - \arctan\frac{f_c}{f_p} = \boxed{68{,}2^\circ}$$

d) Para $f_c = 1\,\text{kHz}$ exactos:

$$K = \frac{\omega_c\sqrt{1 + (f_c/f_p)^2}}{G_0} = \boxed{296{,}6/\text{s}\ (= 2\pi \cdot 47{,}2)}$$

Asintótico: 290,9/s.

MF $= 45^\circ$ exige $f_c = f_p$, y en ese punto $|L| = KG_0/(\omega_p\sqrt{2}) = 1$:

$$K_{max} = \frac{\sqrt{2}\,\omega_p}{G_0}$$

$$= \boxed{2057/\text{s}\ (= 2\pi \cdot 327{,}4)} \qquad (f_c = 5\,\text{kHz})$$

La lectura asintótica da $\omega_p/G_0 = 1454/\text{s}$: $\sqrt{2}$ por debajo.

e) $T = L/(1 + L)$ con $K = 2\pi \cdot 100$. A 1 kHz:

$$|T| = \boxed{0{,}982} \qquad (-0{,}16\,\text{dB}) \qquad\qquad \angle T = \boxed{-27{,}0^\circ}$$

A 10 kHz:

$$|T| = \boxed{0{,}1056} \qquad (-19{,}5\,\text{dB}) \qquad\qquad \angle T = \boxed{-150{,}7^\circ}$$

Es decir:

$$v_o = 4{,}5 + 0{,}982\sin(2\pi\,10^3 t - 27^\circ)\ \text{V}$$

$$v_o = 4{,}5 + 0{,}106\sin(2\pi\,10^4 t - 150{,}7^\circ)\ \text{V}$$

Asint.: 0 dB a 1 kHz; $\approx |L| = -20$ dB a 10 kHz.

f) Con $\tilde{d} = 0$ la salida es $\tilde{v}_o = -\tilde{i}_o\, Z_{OL}$ (la corriente $\tilde{i}_o$ sale del nodo):

$$Z_{OL} = R_o \parallel (R_L + sL) = \frac{R_o(R_L + sL)}{R_o + R_L + sL}$$

$$Z_{CL} = \frac{Z_{OL}}{1 + L}$$

Asíntotas:

- $Z_{OL}(0) = R_o R_L/(R_o + R_L) = 45\,\text{m}\Omega$ ($-26{,}94$ dBΩ).
- Cero en $R_L/2\pi L = 500$ Hz.
- Meseta en $R_o = 0{,}45\,\Omega$ ($-6{,}94$ dBΩ) a partir de $f_p = 5$ kHz.
- $Z_{CL} \approx Z_{OL}/L$ (crece $+20$ dB/dec y $\to 0$ en continua) por debajo de f_c.
- $Z_{CL} \to Z_{OL}$ para $f > f_c$.

Valores exactos:

f	$\lvert Z_{OL}\rvert$	$\lvert Z_{CL}\rvert$	$\lvert L\rvert$	$\angle Z_{CL}$
10 Hz	45,0 mΩ	0,208 mΩ	216	+90,9°
100 Hz	45,9 mΩ	2,12 mΩ	21,6	+98,7°
1 kHz	98,7 mΩ	45,7 mΩ	2,12	+126,4°
5 kHz	320 mΩ	393 mΩ	0,305	+54,7°
50 kHz	448 mΩ	450 mΩ	0,0043	+5,2°

Cerca de f_c el lazo *empeora* la impedancia ($|1 + L| < 1$ por la fase: a 5 kHz, $|Z_{CL}| > |Z_{OL}|$).

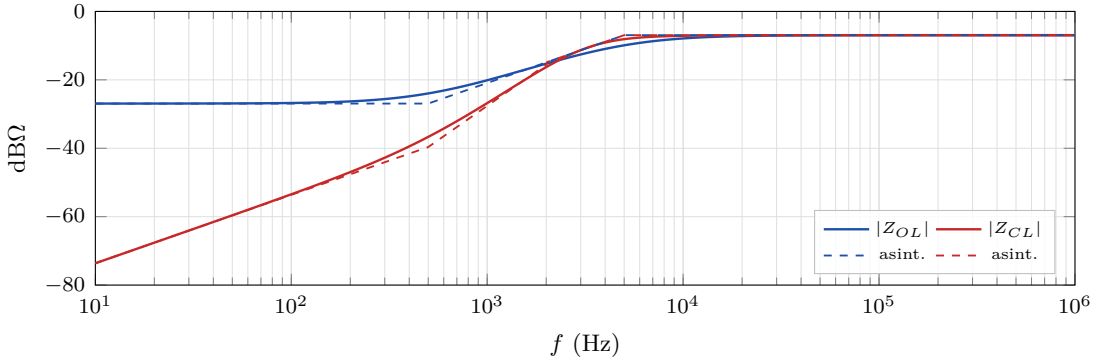


Figura 6. Problema H: impedancia de salida en lazo abierto y cerrado ($K = 2\pi \cdot 100$).

g) Con $\tilde{i}_o = 0{,}5\sin(2\pi\, 10^3 t)$ y $\tilde{v}_o = -Z\tilde{i}_o$, en lazo abierto:

$$\hat{v}_o = 0{,}5 \cdot 98{,}7$$

$$= \underline{49{,}3\,\text{mV}} \qquad \text{(fase } 52{,}1° - 180° = -127{,}9°\text{)}$$

En lazo cerrado:

$$\begin{aligned}\hat{v}_o &= 0{,}5 \cdot 45{,}7 \\ &= \underline{22{,}9\,\text{mV}} \qquad (\text{fase } 126{,}4^\circ - 180^\circ = -53{,}6^\circ)\end{aligned}$$

El lazo sólo gana un factor 2,2 porque $f = 1\,\text{kHz}$ está cerca de f_c ($|L| = 2{,}1$); con la aproximación Z_{OL}/L se obtendría 23,3 mV (error 2 % aquí).

4 Márgenes y diseño completo (I–J)

Problema I (0,5 p) – Márgenes: lectura asintótica y exacta

La ganancia de lazo de un sistema es $L(s) = \dfrac{2\pi \cdot 300}{s\left(1 + \frac{s}{2\pi \cdot 1000}\right)\left(1 + \frac{s}{2\pi \cdot 10000}\right)}$.

a) Bode asintótico: frecuencia de cruce, MF y MG leídos con la regla de $\pm 45^\circ$/década.

b) Valores exactos de f_c, MF, f_{180} y MG.

c) Si sólo se cambia la ganancia, ¿qué frecuencia de cruce de la parte integradora (f_0 en $2\pi f_0/s \cdots$) da exactamente $MF = 45^\circ$? ¿Qué MG resulta?

d) ¿Y para $MG = 10\,\text{dB}$? ¿Qué MF queda?

Resolución.

a) El lazo es

$$L(s) = \frac{2\pi \cdot 300}{s(1 + s/\omega_1)(1 + s/\omega_2)} \qquad f_1 = 1\,\text{kHz},\ f_2 = 10\,\text{kHz}$$

Asíntota $-20\,\text{dB/dec}$ hasta f_1: $|L| = 300/f$, que corta 0 dB en

$$f_c = \underline{300\,\text{Hz}}\ \text{(asint.)}$$

Fase asintótica: -90° más la rampa del polo de 1 kHz, que empieza a 100 Hz (el polo de 10 kHz aún no actúa):

$$\angle L(f_c) = -90^\circ - 45^\circ \log_{10}\frac{300}{100} = -90^\circ - 21{,}5^\circ = -111{,}5^\circ$$

$$\begin{aligned}\text{MF} &= 180^\circ - 111{,}5^\circ \\ &\approx \underline{68{,}5^\circ}\end{aligned}$$

La fase asintótica llega a $-180°$ cuando las dos rampas suman $90°$, en $\sqrt{f_1 f_2} = 3{,}16\,\text{kHz}$, donde:

$$|L|_{asint} = \frac{300 \cdot 1000}{f^2} = 0{,}03 \qquad \text{MG} \approx \boxed{30{,}5\,\text{dB}}$$

b) *Valores exactos:*

$$f_c = \boxed{288{,}2\,\text{Hz}}$$

$$\text{MF} = 180° - 90° - \arctan\frac{f_c}{f_1} - \arctan\frac{f_c}{f_2} = \boxed{72{,}3°}$$

La fase vale exactamente $-180°$ en

$$f_{180} = \sqrt{f_1 f_2} = \boxed{3{,}162\,\text{kHz}}$$

con módulo y margen de ganancia:

$$|L| = \frac{300}{3162}\Big/\sqrt{(1+10)(1+0{,}1)} \qquad \text{MG} = \boxed{31{,}28\,\text{dB}}$$

La lectura asintótica subestima MF en $3{,}8°$ y MG en $0{,}8\,\text{dB}$.

c) f_{180} no depende de la ganancia y $|L(f_{180})| \propto f_0$. MF $= 45°$ exige

$$\arctan\frac{f_c}{f_1} + \arctan\frac{f_c}{f_2} = 45°$$

$$f_c = 844{,}3\,\text{Hz}$$

$|L| = 1$ ahí fija f_0 y con ella el margen de ganancia:

$$f_0 = \boxed{1{,}109\,\text{kHz}}$$

$$\text{MG} = 31{,}28 - 20\log\frac{1109}{300} = \boxed{19{,}93\,\text{dB}}$$

d) MG $= 10\,\text{dB}$:

$$f_0 = 300 \cdot 10^{(31{,}28-10)/20} = \boxed{3{,}478\,\text{kHz}}$$

El cruce sube a $1{,}722\,\text{kHz}$, con

$$\text{MF} = \boxed{20{,}4°}$$

Aun con 10 dB de margen de ganancia el margen de fase es pobre (respuesta oscilatoria). Hay que mirar *ambos*.

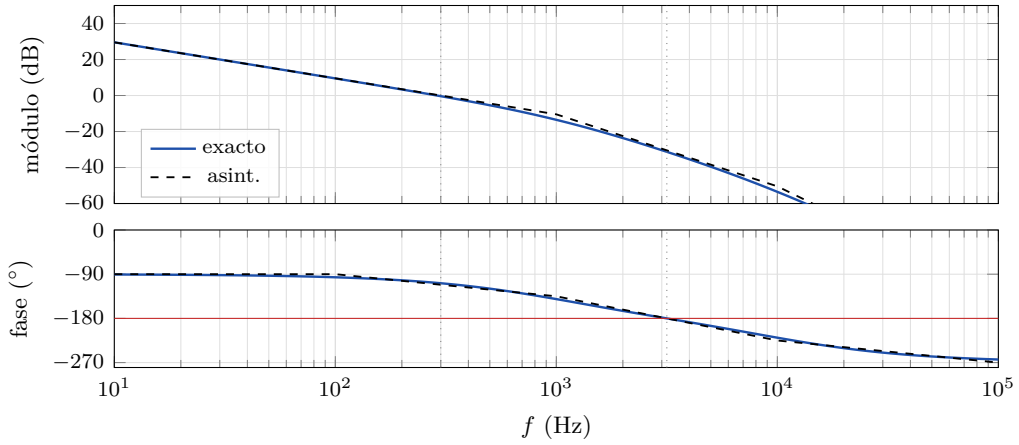
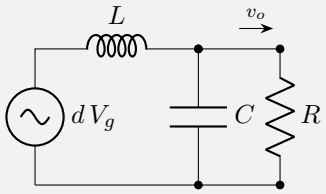


Figura 7. Problema I: $L(j\omega)$ exacta y asintótica (cruce en ≈ 300 Hz, $-180°$ en 3,16 kHz).

Problema J (1,5 p) – Reductor con regulador de dos ceros y dos polos

Reductor con $V_g = 12\,\text{V}$, $L = 40\,\mu\text{H}$, $C = 250\,\mu\text{F}$, $R = 0{,}8\,\Omega$, $f_{sw} = 100\,\text{kHz}$ y $V_o = 5\,\text{V}$. Regulador $R(s) = K\dfrac{(1+s/\omega_z)^2}{s(1+s/\omega_p)^2}$ con $f_z = 1{,}5\,\text{kHz}$ y $f_p = 30\,\text{kHz}$, lazo de tensión de realimentación unitaria.



a) D, $G_{vd}(s)$: f_0, Q, $Z_0 = \sqrt{L/C}$, ganancia en continua y pico máximo (dB).

b) K para que $f_c = 8\,\text{kHz}$ (exacto) y comparación con la estimación asintótica.

c) Con ese K: MF, f_{180} y MG exactos; $|L(j\omega_0)|$.

d) Z_{OL} y Z_{CL}: máximos y frecuencias; valores en 100 Hz y 1 kHz.

e) El reductor alimenta un segundo convertidor de potencia constante que consume 30 W con $\eta = 0{,}9$ a 5 V. Aplica Middlebrook a Z_{OL} y a Z_{CL}.

f) Fundamental del pulso a f_{sw} y rizado pico a pico de v_o en lazo cerrado (primer armónico).

Resolución.

a) Ciclo de trabajo:

$$D = \frac{5}{12} = \boxed{0{,}4167}$$

Función de transferencia, con $LC = 10^{-8}$:

$$G_{vd} = \frac{12}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

$$f_0 = \underline{1{,}592\,\text{kHz}}$$

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 0{,}8\sqrt{6{,}25} = \underline{2{,}0}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \underline{0{,}4\,\Omega}$$

Ganancia en continua $12 = 21{,}58\,\text{dB}$; pico máximo exacto a $1{,}489\,\text{kHz}$:

$$|G_{vd}|_{max} = \frac{QV_g}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}} = \underline{24{,}79\ (27{,}88\,\text{dB})}$$

b) El regulador es

$$R(s) = K\frac{(1 + s/\omega_z)^2}{s(1 + s/\omega_p)^2}$$

con $f_z = 1{,}5\,\text{kHz}$ (cerca de f_0: casi cancela el par de polos complejos) y $f_p = 30\,\text{kHz}$.

Entre f_0 y f_p se tiene $|L| \approx \frac{KV_g}{\omega}\left(\frac{f_0}{f_z}\right)^2$, de donde la estimación asintótica:

$$K \approx \frac{\omega_c(f_z/f_0)^2}{V_g} = 3721/\text{s}$$

Imponiendo $|L(j2\pi \cdot 8000)| = 1$ con las funciones completas:

$$K = \underline{3717/\text{s}\ (= 2\pi \cdot 591{,}6)}$$

Es un 0,09 % menos que la estimación (a 8 kHz la cancelación y el polo de f_p casi no se notan en módulo).

c) Márgenes **exactos** con ese K:

$$\text{MF} = \underline{44{,}8^\circ}$$

La lectura con rampas daría $54{,}0^\circ$: el pico de $Q = 2$ hace que la fase real caiga más rápido que la rampa.

La fase llega a -180° en

$$f_{180} = \underline{27{,}7\,\text{kHz}}$$

con

$$\text{MG} = \boxed{16{,}1\,\text{dB}} \qquad |L(j\omega_0)| = \boxed{18{,}9\ (25{,}5\,\text{dB})}$$

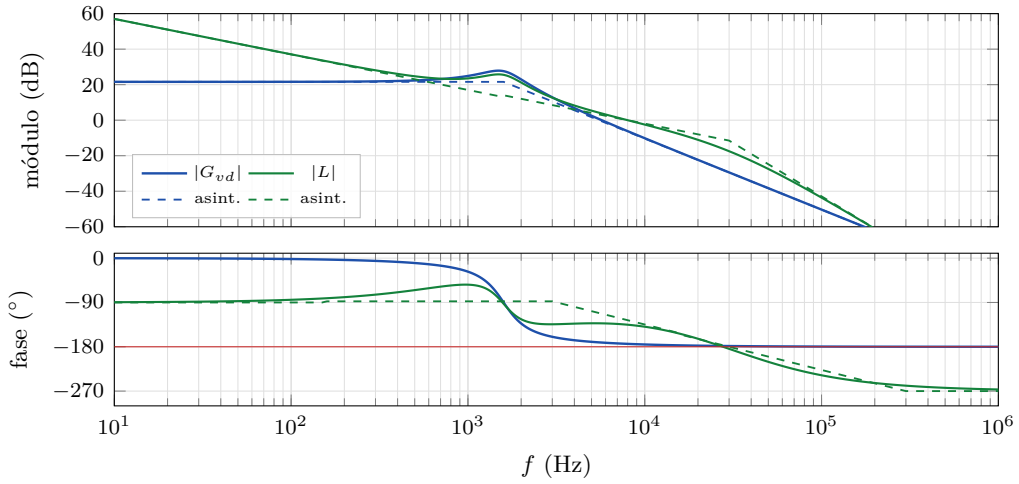


Figura 8. Problema J: planta G_{vd} y ganancia de lazo $L = RG_{vd}$ (exacta y asintótica).

d) Impedancias de salida ($Z_{OL} = L \parallel C \parallel R$):

$$Z_{OL} = \frac{sL}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1} \qquad Z_{CL} = \frac{Z_{OL}}{1 + L}$$

Máximo en lazo abierto, a 1,59 kHz:

$$|Z_{OL}(jf_0)| = R = \boxed{0{,}8\,\Omega}\ (-1{,}94\,\text{dB}\Omega)$$

Máximo en lazo cerrado, a 7,36 kHz (cerca de f_c, donde $|1 + L|$ es mínimo):

$$|Z_{CL}|_{max} = \boxed{0{,}109\,\Omega\ (-19{,}3\,\text{dB}\Omega)}$$

Valores:

	$\lvert Z_{OL}\rvert$	$\lvert Z_{CL}\rvert$	$\lvert L\rvert$
100 Hz	25,2 mΩ (−31,97 dBΩ)	0,352 mΩ (−69,07 dBΩ)	71,6
1 kHz	368,6 mΩ (−8,67 dBΩ)	23,6 mΩ (−32,55 dBΩ)	15,0

e) Segundo convertidor de potencia constante a 5 V:

$$P_{IN} = \frac{30}{0{,}9} = 33{,}3\,\text{W}$$

$$|Z_{IN}| = \frac{25}{33{,}3} = \underline{0{,}75\,\Omega}\ (-2{,}50\,\text{dB}\Omega)$$

$$\frac{|Z_{IN}|}{2} = \underline{0{,}375\,\Omega\ (-8{,}52\,\text{dB}\Omega)}$$

Con Z_{OL}: $0{,}8\,\Omega > 0{,}375\,\Omega$, **no cumple** (el lazo abierto con carga de potencia constante sería inestable por la resonancia). Con Z_{CL}:

$$|Z_{CL}| = 0{,}109\,\Omega < 0{,}375\,\Omega \qquad \text{holgura} = \underline{10{,}8\,\text{dB}}$$

Cumple: el lazo de tensión es lo que hace admisible el segundo convertidor (figura 9).

f) Fundamental del pulso:

$$A_1 = \frac{2V_g \sin(\pi D)}{\pi} = \underline{7{,}38\,\text{V}}$$

En f_{sw} el lazo no actúa ($|L| = 6{,}6 \cdot 10^{-3}$) y el rizado es el del filtro de lazo abierto:

$$\frac{|G_{vd}(j2\pi f_{sw})|}{V_g} = 2{,}53 \cdot 10^{-4} \qquad (-71{,}9\,\text{dB})$$

$$\hat{v}_{rizado} = 1{,}87\,\text{mV}$$

$$\Delta v_{pp} = \underline{3{,}75\,\text{mV}} \quad \text{(l.c.; l.a. } 3{,}74\,\text{mV; exacta } V_g D(1-D)/8LCf_{sw}^2 = 3{,}65\,\text{mV)}.$$

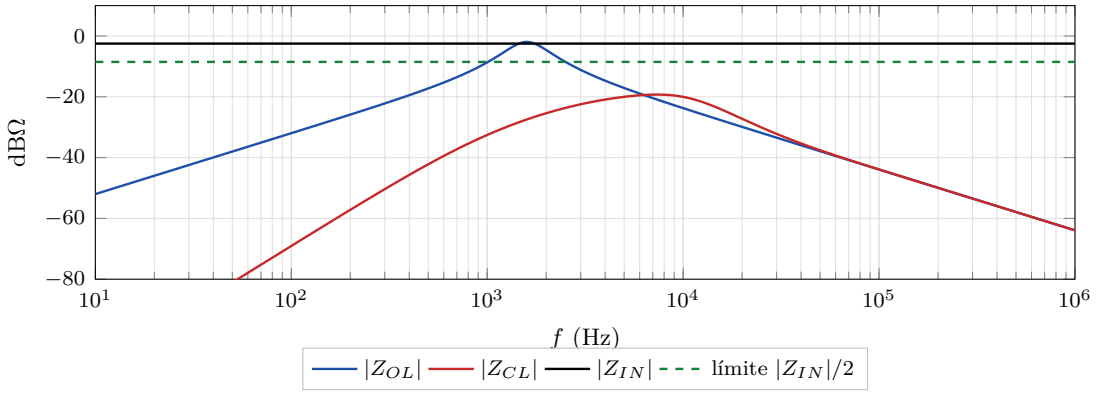


Figura 9. Problema J: Middlebrook con el segundo convertidor de potencia constante.