Resoluciones

Gestión Electrónica de la Energía Eléctrica

T3 – Almacenamiento de energía eléctrica

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Índice general

1 Modelos y asociaciones (A–D) **2**

2 Dimensionamiento en un bus regulado (E–G) **6**

3 Selección, carga y vida (H–J) **13**

Resoluciones paso a paso de los problemas A–J (los enunciados se reproducen tal cual, mediante `GEEE_T3_enun.tex`). Todos los resultados están calculados con `calc_GEEE_T3.py`. Los resultados finales se destacan en verde.

1 Modelos y asociaciones (A–D)

A. Celda y paquete de baterías (0,5 p)

Una celda de ion-litio tiene $v_n = 3{,}6\,\text{V}$ (a $SoD = 0$), $C = 2{,}6\,\text{A h}$, $\Delta v = 0{,}4\,\text{V}$, $R_s = 35\,\text{m}\Omega$ y admite como máximo 20C.

a) Corriente de 1C, de 3C y corriente máxima de la celda.

b) Tensión en bornes con $SoD = 0{,}6$ descargando a 3C.

c) Energía nominal $v_n C$ y tiempo que tarda en llegar a $SoD = 0{,}8$ a 3C.

d) Se monta un paquete de 5 celdas en serie $\times$ 3 ramas en paralelo (5s3p): v_{ocT} a $SoD = 0$, C_T, R_{sT}, energía nominal e I_{max}.

e) Tensión del paquete con $SoD = 0{,}6$ y $i_{bat} = 15{,}6\,\text{A}$.

Resolución.

a) Corrientes de referencia de la celda:

$$1C = C = \boxed{2{,}6\,\text{A}} \qquad 3C = 3 \cdot 2{,}6 = \boxed{7{,}8\,\text{A}}$$

$$I_{max} = 20C = \boxed{52\,\text{A}}$$

b) Con $i_{bat} = 3C = 7{,}8\,\text{A}$ la caída en la resistencia serie es:

$$R_s i = 0{,}035 \cdot 7{,}8 = 0{,}273\,\text{V}$$

Tensión en bornes:

$$v_{bat} = 3{,}6 - 0{,}4 \cdot 0{,}6 - 0{,}273 = \boxed{3{,}087\,\text{V}}$$

c) Energía de la celda:

$$E = v_n C = 3{,}6 \cdot 2{,}6 = \boxed{9{,}36\,\text{W h}}$$

A 3C la celda se vacía en $1/3\ \text{h} = 20\,\text{min}$; hasta $SoD = 0{,}8$:

$$t = 0{,}8 \cdot 20 = \boxed{16\,\text{min}}$$

d) Paquete 5s3p:

$$v_{ocT} = 5 \cdot 3{,}6 = \boxed{18\,\text{V}} \qquad C_T = 3 \cdot 2{,}6 = \boxed{7{,}8\,\text{A h}}$$

$$R_{sT} = \frac{35 \cdot 5}{3} = \boxed{58{,}3\,\text{m}\Omega}$$

$$E = 15 \cdot 9{,}36 = \boxed{140{,}4\,\text{W h}} \qquad \text{(también } 18 \cdot 7{,}8\text{)}$$

$$I_{max} = 3 \cdot 52 = \boxed{156\,\text{A}}$$

e) Cada celda lleva $15{,}6/3 = 5{,}2\,\text{A} = 2C$.

$$v_{bat} = 5(3{,}6 - 0{,}4 \cdot 0{,}6) - 0{,}0583 \cdot 15{,}6 = 16{,}8 - 0{,}910 = \boxed{15{,}89\,\text{V}}$$

B. Autonomía de un dron con batería (0,75 p)

Un dron consume periódicamente (periodo de 15 s) 30 W durante 3 s y 6 W durante los 12 s restantes. Lo alimenta una batería de ion-litio de 14,8 V (se supone constante), 3 A h y energía específica 150 Wh/kg. La profundidad de descarga máxima permitida es del 70 %.

a) Potencia media y corriente media de la batería.

b) Autonomía (en horas y minutos) partiendo de batería llena.

c) *SoD* tras 2 h de vuelo.

d) Masa de la batería.

Resolución.

a) Potencia media del perfil:

$$\bar{P} = \frac{30 \cdot 3 + 6 \cdot 12}{15} = \frac{162}{15} = \boxed{10{,}8\,\text{W}}$$

$$\bar{I} = \frac{10{,}8}{14{,}8} = \boxed{0{,}730\,\text{A}}$$

b) Energía útil:

$$E_{util} = 0{,}7 \cdot 14{,}8 \cdot 3 = 31{,}08\,\text{W h}$$

Duración:

$$t = \frac{31{,}08}{10{,}8} = 2{,}878\,\text{h}$$

$$= \boxed{2\,\text{h } 52{,}7\text{ min}} \qquad (172{,}7\,\text{min})$$

c) Profundidad de descarga a las 2 h:

$$SoD(2\,\text{h}) = \frac{10{,}8 \cdot 2}{14{,}8 \cdot 3} = \frac{21{,}6}{44{,}4} = \boxed{0{,}486}$$

d) Masa (energía total nominal):

$$m = \frac{44{,}4}{150} = \boxed{0{,}296\,\text{kg}}$$

Con la energía útil serían 207 g.

C. El mismo dron con supercondensadores (1 p)

Se quiere sustituir la batería del problema B por un banco de supercondensadores que dé la misma autonomía con la tensión del banco variando entre $V_{max} = 16\,\text{V}$ y $V_{min} = 8\,\text{V}$ (se desprecia la ESR). Celda: 2,7 V, 10 F, 5 A, 5 g.

a) Energía que debe suministrar el banco y capacidad total C_T necesaria.

b) Número de celdas en serie N_s y en paralelo N_p (redondeo correcto).

c) Masa del banco y comparación con la batería del problema B.

d) Comprobar la corriente de pico a V_{min} (potencia de pico de 30 W).

Resolución.

a) Energía a almacenar:

$$E = 31{,}08\,\text{W h} = 111\,888\,\text{J}$$

Con $E = \frac{1}{2} C_T (V_{max}^2 - V_{min}^2)$:

$$C_T = \frac{2 \cdot 111888}{16^2 - 8^2} = \frac{223776}{192} = \boxed{1165{,}5\,\text{F}}$$

b) Celdas en serie:

$$N_s = \lceil 16/2{,}7 \rceil = \lceil 5{,}93 \rceil = \boxed{6}$$

Con 5 celdas $V_{max} = 13{,}5\,\text{V} < 16\,\text{V}$.

Ramas en paralelo, con $C_T = C\,N_p/N_s$:

$$N_p = \lceil 1165{,}5 \cdot 6/10 \rceil = \lceil 699{,}3 \rceil = \boxed{700}$$

Total de celdas:

$$N = 6 \cdot 700 = \boxed{4200\ \text{celdas}} \qquad (V_{max} = 16{,}2\,\text{V})$$

c) Masa del banco:

$$m = 4200 \cdot 5\,\text{g} = \boxed{21\,\text{kg}}$$

Son unas **71 veces** la masa de la batería (0,296 kg): la aplicación está limitada por energía.

d) A V_{min} la potencia de pico 30 W exige:

$$I = \frac{30}{8} = \boxed{3{,}75\,\text{A}}$$

El banco admite $700 \cdot 5 = 3500$ A: no limita.

D. Asociación serie–paralelo (1 p)

a) Paquete de baterías 4s3p con celdas de 3,7 V, 2 A h, $R_s = 40\,\text{m}\Omega$, $\Delta v = 0{,}4$ V, 48 g, 20C. Calcular v_{ocT} ($SoD = 0$), C_T, R_{sT}, energía, masa e I_{max}, y la tensión en bornes con $SoD = 0{,}5$ e $i_{bat} = 15$ A.

b) Banco de supercondensadores 3s2p con celdas de 2,7 V, 60 F, ESR = 20 mΩ. Calcular C_T, R_{sT}, V_{max} y la energía almacenada. Comprobar que $R_{sT}C_T = R_{cel}C_{cel}$.

c) Con ese banco: energía útil si la tensión sólo puede bajar hasta $V_{max}/2$.

d) Comprobar con las 6 celdas del banco que $E_T = \frac{n}{2}Cv_{sc}^2$ con $n = 6$.

Resolución.

a) Paquete de baterías:

$$v_{ocT} = 4 \cdot 3{,}7 = \boxed{14{,}8\,\text{V}} \qquad C_T = 3 \cdot 2 = \boxed{6\,\text{A h}}$$

$$R_{sT} = \frac{40 \cdot 4}{3} = \boxed{53{,}3\,\text{m}\Omega}$$

$$E = 12 \cdot 3{,}7 \cdot 2 = \boxed{88{,}8\,\text{W h}} \qquad m = 12 \cdot 48 = \boxed{576\,\text{g}}$$

$$I_{max} = 3 \cdot 40 = \boxed{120\,\text{A}}$$

Tensión en bornes:

$$v_{bat} = 4(3{,}7 - 0{,}4 \cdot 0{,}5) - 0{,}0533 \cdot 15 = 14 - 0{,}8 = \boxed{13{,}2\,\text{V}}$$

b) Banco de supercondensadores:

$$C_T = \frac{60 \cdot 2}{3} = \boxed{40\,\text{F}} \qquad R_{sT} = \frac{20 \cdot 3}{2} = \boxed{30\,\text{m}\Omega}$$

$$V_{max} = 3 \cdot 2{,}7 = \boxed{8{,}1\,\text{V}}$$

$$E = \tfrac{1}{2} \cdot 40 \cdot 8{,}1^2 = \boxed{1312{,}2\,\text{J}} = 0{,}364\,\text{W h}$$

Comprobación:

$$R_{sT}C_T = 0{,}030 \cdot 40 = 1{,}2\,\Omega\,\mathrm{F} = R_{cel}C_{cel} = 0{,}02 \cdot 60 \;\checkmark$$

c) Energía útil entre V_{max} y $V_{max}/2$:

$$E_{util} = \tfrac{1}{2}C_T\,(V_{max}^2 - (V_{max}/2)^2) = 0{,}75 \cdot 1312{,}2$$
$$= \boxed{984{,}2\,\mathrm{J}} \qquad (\text{el } 75\,\%)$$

d) Con $n = 6$ celdas:

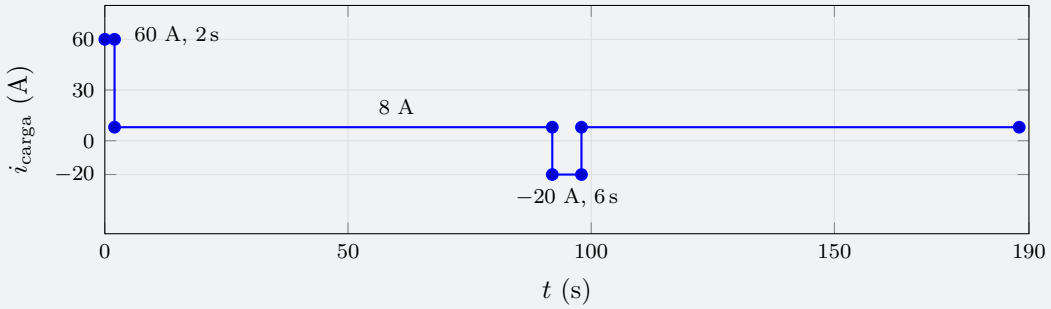
$$E_T = \frac{6}{2} \cdot 60 \cdot 2{,}7^2 = 1312{,}2\,\mathrm{J} \;\checkmark$$

Es igual que $\frac{1}{2}C_T v^2$: la fórmula vale con cualquier mezcla serie/paralelo.

2 Dimensionamiento en un bus regulado (E–G)

E. Batería para un bus regulado (1,5 p)

Un bus de 48 V ±10 % (43,2 V a 52,8 V) alimenta una carga con el perfil de la figura (positiva = descarga de la batería). La batería se conecta directamente al bus y parte de $SoD_0 = 0{,}5$ y no debe superar $SoD = 0{,}8$ en todo el perfil.



Celda de ion-litio: $v_n = 4{,}2\,\mathrm{V}$ (a $SoD = 0$), $\Delta v = 0{,}6\,\mathrm{V}$, $C = 2\,\mathrm{A\,h}$, 20C, $R_{cel} = 25\,\mathrm{m\Omega}$, 47 g.

a) Carga neta del perfil.

b) N_s (ninguna celda debe superar v_n con el bus en 52,8 V).

c) N_p mínimo por corriente, por caída de tensión (ESR) y por energía; N_p final.

d) Comprobar que v_{bus} queda dentro de la banda durante todo el perfil y calcular el SoD final.

e) Masa de la batería.

Resolución.

a) Carga neta extraída en el perfil:

$$\Delta Q = 60 \cdot 2 + 8 \cdot 90 - 20 \cdot 6 + 8 \cdot 90 = 120 + 720 - 120 + 720 = 1440\,\text{A s}$$

$$= \boxed{0{,}4\,\text{A h}}$$

b) Celdas en serie:

$$N_s = \lceil 52{,}8/4{,}2 \rceil = \lceil 12{,}57 \rceil = \boxed{13}$$

Con 12 celdas, cada una llegaría a $52{,}8/12 = 4{,}4\,\text{V} > 4{,}2\,\text{V}$.

Tensión inicial:

$$v_0 = 13(4{,}2 - 0{,}6 \cdot 0{,}5) = 50{,}7\,\text{V}$$

c) Ramas en paralelo: se piden tres condiciones.

Corriente:

$$I_{cel,max} = 20 \cdot 2 = 40\,\text{A} \qquad N_p \geq \frac{60}{40} = 1{,}5 \;\Rightarrow\; 2$$

Caída (ESR): la tensión inicial es 50,7 V y el límite 43,2 V, es decir $\Delta V_{adm} = 7{,}5\,\text{V}$ al paso de 60 A.

$$R_{sT} \leq \frac{7{,}5}{60} = 125\,\text{m}\Omega$$

$$N_p \geq \frac{R_{cel} N_s}{125\,\text{m}\Omega} = \frac{25 \cdot 13}{125} = 2{,}6 \;\Rightarrow\; 3$$

Energía: $SoD_{fin} \leq 0{,}8$ deja $\Delta SoD = 0{,}3$.

$$N_p \geq \frac{0{,}4}{2 \cdot 0{,}3} = 0{,}67 \;\Rightarrow\; 1$$

Resultado:

$$N_p = \max(2,\, 3,\, 1) = \boxed{3} \qquad \text{Paquete 13s3p}$$

d) Con $N_p = 3$:

$$R_{sT} = \frac{25 \cdot 13}{3} = 108{,}3\,\text{m}\Omega \qquad C_T = 6\,\text{A h}$$

Al final del escalón de 60 A:

$$v = 13(4{,}2 - 0{,}6 \cdot 0{,}5056) - 0{,}1083 \cdot 60 = \underline{44{,}16\,\text{V}} \;\geq 43{,}2$$

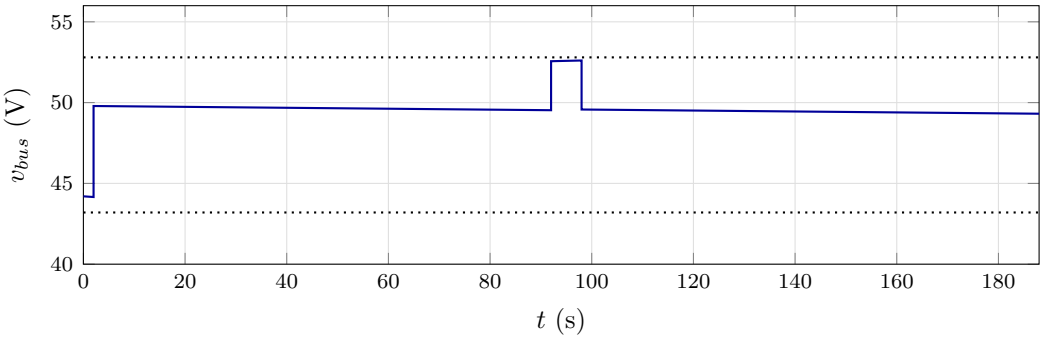
Máximo en la regeneración (−20 A):

$$v_{max} = \underline{52{,}61\,\text{V}} \;\leq 52{,}8$$

Profundidad de descarga final:

$$SoD_{fin} = 0{,}5 + \frac{1440/3600}{6} = \underline{0{,}567} \;\leq 0{,}8\ \checkmark$$

Con $N_p = 2$ la tensión mínima sería 40,9 V: no cumple.



e) Masa:

$$m = 13 \cdot 3 \cdot 47\,\text{g} = 39 \cdot 47 = \underline{1{,}833\,\text{kg}} \qquad (39 \text{ celdas})$$

F. Supercondensador para el mismo bus (1,5 p)

Mismo bus y mismo perfil que en E, pero ahora el almacenador es un banco de supercondensadores que parte de 48 V (tensión nominal). Celda: 2,7 V, 120 F, ESR = 8 mΩ, $I_{max} = 40$ A, 16 g.

a) N_s (redondeo correcto).

b) C_T ideal (sin ESR) para no bajar de 43,2 V y N_p resultante.

c) N_p mínimo por corriente de pico.

d) Incluyendo la ESR, ¿basta el N_p del apartado b)? Fijar N_p final.

e) Masa del banco y comparación con la batería del problema E.

Resolución.

a) Celdas en serie:

$$N_s = \lceil 52{,}8/2{,}7 \rceil = \lceil 19{,}56 \rceil = \boxed{20}$$

Con 19 celdas: $52{,}8/19 = 2{,}78\,\text{V} > 2{,}7\,\text{V}$.

b) Excursión admisible de tensión:

$$\Delta V_{adm} = 48 - 43{,}2 = 4{,}8\,\text{V}$$

Capacidad total y ramas:

$$C_T = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{1440}{4{,}8} = \boxed{300\,\text{F}}$$

$$N_p = \frac{C_T N_s}{C} = \frac{300 \cdot 20}{120} = \boxed{50} \qquad \text{(exacto)}$$

c) Condición de corriente:

$$N_p \geq \frac{60}{40} = 1{,}5 \;\Rightarrow\; 2$$

La corriente no limita.

d) ESR: con $N_p = 50$,

$$R_{sT} = \frac{8 \cdot 20}{50} = 3{,}2\,\text{m}\Omega$$

Al final del perfil ($i = 8\,\text{A}$):

$$v = 48 - \frac{1440}{300} - 0{,}0032 \cdot 8 = 48 - 4{,}8 - 0{,}0256 = 43{,}17\,\text{V} < 43{,}2$$

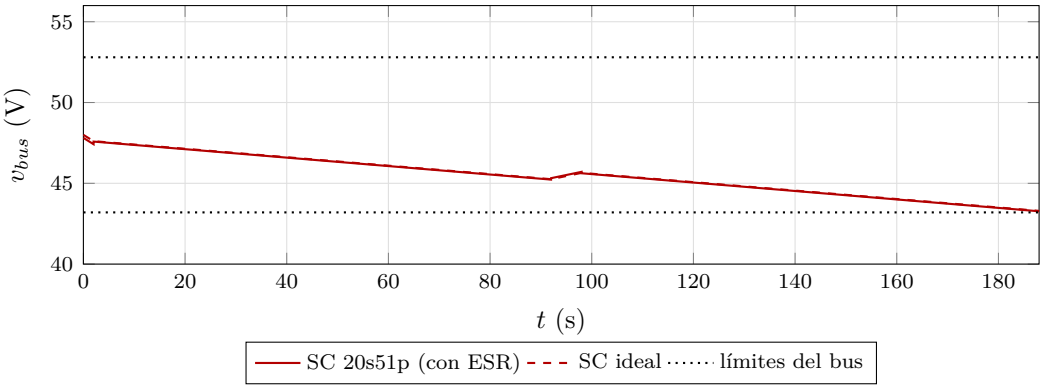
No cumple (por 25 mV).

Con $N_p = 51$:

$$C_T = 306\,\text{F} \qquad\qquad R_{sT} = 3{,}14\,\text{m}\Omega$$

$$v_{min} = 48 - 4{,}706 - 0{,}025 = \boxed{43{,}27\,\text{V}}\ \checkmark$$

Además $v_{max} = 47{,}81\,\text{V}$. Resultado: $N_p = \boxed{51}$.



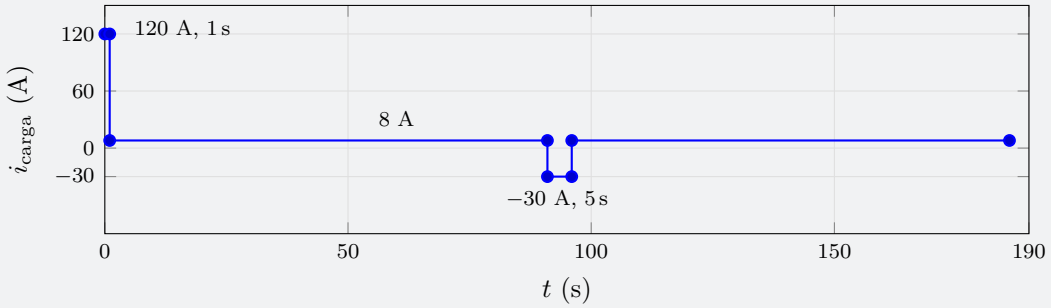
e) Masa:

$$m = 20 \cdot 51 \cdot 16\,\text{g} = 1020 \cdot 16 = \boxed{16{,}32\,\text{kg}}$$

Son unas **8,9 veces** la de la batería (1,833 kg): para este perfil, dominado por energía, gana la batería.

G. Solución híbrida batería + supercondensador (1,25 p)

El bus de 48 V ±10 % de los problemas E y F pasa a soportar un perfil con un pico más agresivo (figura). Se usan las mismas celdas de batería (E) y de supercondensador (F), con $SoD_0 = 0{,}5$ en la batería.



a) Sólo batería (13 celdas en serie, conectada al bus): N_p necesario y masa.

b) Híbrido: la batería, a través de un DC/DC que fija su corriente en 8 A, aporta el nivel base; el banco de supercondensadores (20 celdas en serie) en el bus absorbe la diferencia. Corriente del banco, y N_p del banco para que la excursión total de v_{bus} no supere los 9,6 V de la banda (la tensión inicial del banco se elige libremente).

c) Dimensionar la batería del híbrido (13 celdas en serie) y calcular la masa total, incluyendo el DC/DC de 500 W/kg dimensionado para la potencia de la batería a 48 V.

d) Dimensionar también el banco de sólo supercondensador para este perfil (parte de 48 V, reglas del problema F) y comparar las tres masas.

Resolución.

a) *Sólo batería, 13s.*

Corriente:

$$N_p \geq \frac{120}{40} = 3$$

Caída:

$$R_{sT} \leq \frac{7{,}5}{120} = 62{,}5\,\text{m}\Omega \qquad\qquad N_p \geq \frac{25 \cdot 13}{62{,}5} = 5{,}2 \;\Rightarrow\; 6$$

Energía:

$$\Delta Q = 120 + 720 - 150 + 720 = 1410\,\text{A s} \qquad\qquad \Delta SoD = \frac{0{,}39}{12} = 0{,}033\ \checkmark$$

Con $N_p = 5$ el mínimo de tensión sería 42,87 V (no cumple) y con $N_p = 6$ es 44,18 V ($v_{max} = 52{,}20$ V).

Celdas y masa:

$$N = 13 \cdot 6 = 78 \text{ celdas} \qquad\qquad m = 78 \cdot 47 = \boxed{3{,}666\,\text{kg}}$$

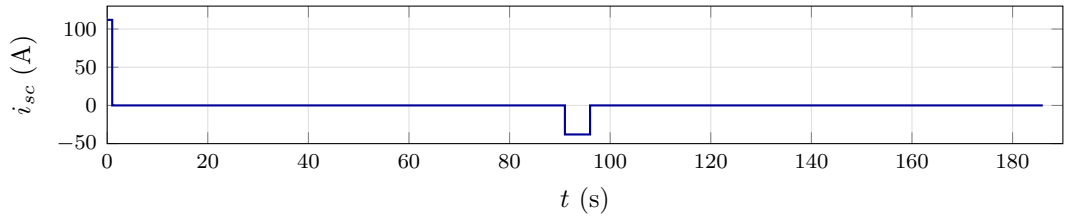
b) *Híbrido.* Corriente del banco: $i_{sc} = i_{load} - i_{bat}$.

- $+112$ A durante 1 s.
- 0 durante 90 s.
- -38 A durante 5 s.
- 0 durante 90 s.

Carga neta:

$$\Delta Q = 112 - 190 = -78\,\text{A s}$$

El banco termina más cargado de lo que empezó, porque la batería aporta 8 A también durante la regeneración.



Con $N_s = 20$ y N_p ramas, $C_T = 6N_p$ F y $R_{sT} = 160/N_p$ mΩ. La excursión de v_{bus} es la diferencia entre el máximo ($t = 96^-$, al final de la regeneración) y el mínimo ($t = 1^-$, al final del pico):

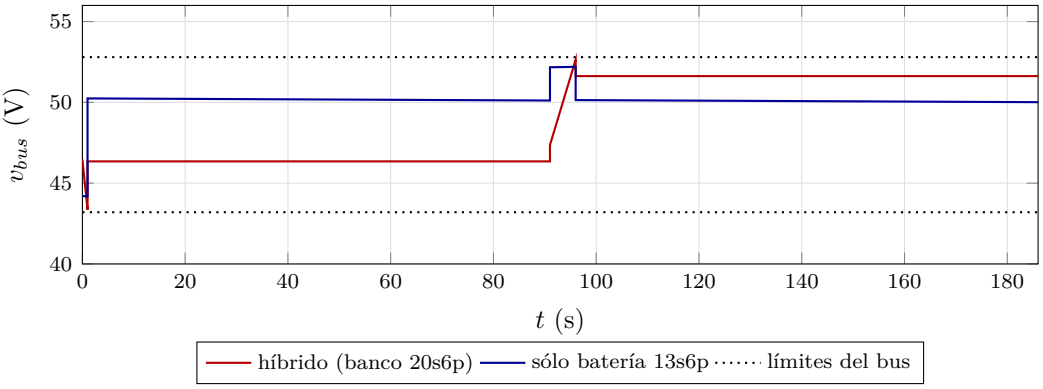
$$\Delta v = \frac{190}{C_T} + 150\,R_{sT}$$

N_p	C_T (F)	R_{sT} (mΩ)	excursión (V)	corriente por rama (A)
5	30	32,0	11,13	22,4
6	36	26,7	9,28	18,7

Condición $\Delta v \le 9{,}6$ V y $112/N_p \le 40$ A:

$$N_p = \boxed{6} \qquad (120 \text{ celdas, } 1{,}92\,\text{kg})$$

La tensión inicial del banco debe estar entre $43{,}2 + 6{,}10 = 49{,}30$ V y $52{,}8 - 3{,}18 = 49{,}62$ V (p. ej. 49,46 V).



c) Batería del híbrido: $N_p = 1$ ($8\,\text{A} \le 40\,\text{A}$).

$$Q = 8 \cdot 188 = 1504\,\text{A s} = 0{,}418\,\text{A h}$$

$$\Delta SoD = 0{,}209 \qquad (SoD_{fin} = 0{,}71 \le 0{,}8)\ \checkmark$$

Masas:

$$m_{bat} = 13 \cdot 47 = 0{,}611\,\text{kg}$$

$$m_{DC/DC} = \frac{8 \cdot 48}{500} \qquad (8 \cdot 48 = 384\,\text{W}) = 0{,}768\,\text{kg}$$

$$m_{banco} = 120 \cdot 16 = 1{,}92\,\text{kg}$$

$$m_{hib} = 1{,}92 + 0{,}611 + 0{,}768 = \boxed{3{,}30\,\text{kg}}$$

d) *Sólo supercondensador:*

$$\Delta Q = 1410\,\text{A s} \qquad C_T = \frac{1410}{4{,}8} = 293{,}75\,\text{F}$$

$$N_p = \lceil 293{,}75 \cdot 20/120 \rceil = 49$$

Con la ESR, $N_p = 49$ da $v_{min} = 43{,}18\,\text{V}$ (no cumple) y $N_p = \boxed{50}$ da $43{,}27\,\text{V}$.

$$N = 20 \cdot 50 = 1000 \text{ celdas} \qquad m = \boxed{16{,}0\,\text{kg}}$$

Resumen:

Solución	Celdas	Masa (kg)
Sólo batería (13s6p)	78	3,67
Híbrido (13s1p + DC/DC + 20s6p)	13 + 120	3,30
Sólo supercondensador (20s50p)	1000	16,0

El híbrido gana un 10 % a la batería sola: el pico de 120 A obligaba a sobredimensionar la batería (6 ramas para dar potencia, aunque la energía necesitara 1). La ventaja depende de que el DC/DC no pese demasiado; con un convertidor de 250 W/kg el híbrido (4,07 kg) perdería.

3 Selección, carga y vida (H–J)

H. Masa mínima de una fuente híbrida (1 p)

Una aplicación necesita una energía de 600 W h y una potencia de pico de 2 kW. Se dispone de supercondensadores (8 Wh/kg, 3000 W/kg) y de baterías (150 Wh/kg, 400 W/kg).

a) Masa con sólo baterías y con sólo supercondensadores. ¿Qué restricción limita en cada caso?

b) Plantear el problema de masa mínima de la combinación y resolverlo (intersección de las restricciones).

c) Comprobar potencia y energía de la solución y dibujar la región factible.

Resolución.

a) *Sólo baterías:*

$$m_{energa} = \frac{600}{150} = 4\,\text{kg} \qquad m_{potencia} = \frac{2000}{400} = 5\,\text{kg}$$

$$m = \boxed{5\,\text{kg}} \qquad \text{limita la } \textbf{potencia}$$

Sólo supercondensadores:

$$m_{energa} = \frac{600}{8} = 75\,\text{kg}$$

$$m_{potencia} = \frac{2000}{3000} = 0{,}667\,\text{kg}$$

$$m = \underline{75\,\text{kg}} \qquad \text{limita la } \textbf{energía}$$

b) Problema de optimización:

$$\min(m_c + m_b)$$

$$3000m_c + 400m_b \geq 2000$$

$$8m_c + 150m_b \geq 600$$

En el vértice, ambas con igualdad:

$$\begin{pmatrix} 8 & 150 \\ 3000 & 400 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_c \\ m_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

$$m_c = \underline{0{,}134\,\text{kg}} \qquad m_b = \underline{3{,}993\,\text{kg}}$$

$$m_{tot} = \underline{4{,}13\,\text{kg}}$$

Es un 17 % menos que la batería sola.

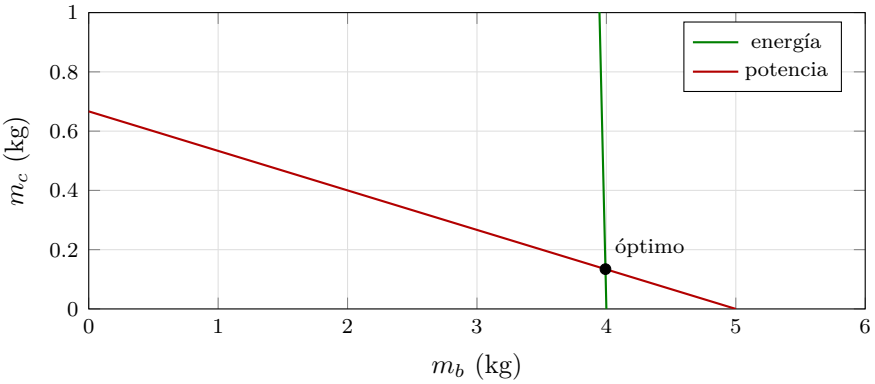
c) Comprobación de la potencia:

$$P = 3000 \cdot 0{,}1343 + 400 \cdot 3{,}9928 = 402{,}9 + 1597{,}1 = 2000\,\text{W} \checkmark$$

Comprobación de la energía:

$$E = 8 \cdot 0{,}1343 + 150 \cdot 3{,}9928 = 1{,}07 + 598{,}9 = 600\,\text{W h} \checkmark$$

El cuadrante factible queda sobre ambas rectas; el mínimo de $m_b + m_c$ está en la intersección.



I. Carga CC-CV y vida de la batería (0,75 p)

Una batería de 12 A h se carga a corriente constante de 6 A (0,5C) desde $SoC = 0{,}1$ hasta que alcanza la tensión de flotación, lo que ocurre en $SoC = 0{,}8$. A partir de ahí la tensión se mantiene constante y la corriente decae como $i(t) = 6\,e^{-t/\tau}$ con $\tau = 20$ min hasta que $i = 0{,}05\,C = 0{,}6$ A.

a) Duración de la fase CC y de la fase CV.

b) SoC final y carga introducida en la fase CV.

c) Si la batería es de plomo-ácido y dura 8 años a 25 °C, ¿cuánto durará con temperatura media de 45 °C? ¿Y a 35 °C?

d) Rendimiento de un ciclo carga-descarga si $\eta_c = 0{,}96$ y $\eta_d = 0{,}97$.

Resolución.

a) Tiempo en corriente constante:

$$t_{CC} = \frac{(0{,}8 - 0{,}1)\cdot 12}{6} = \boxed{1{,}4\,\text{h} = 84\,\text{min}}$$

Tiempo en tensión constante:

$$t_{CV} = \tau \ln\frac{6}{0{,}6} = 20 \ln 10 = \boxed{46{,}05\,\text{min}}$$

b) Carga aportada en la fase CV ($\tau = 20\,\text{min} = \frac{1}{3}$ h):

$$Q_{CV} = \int_0^{t_{CV}} 6e^{-t/\tau}dt = 6\tau(1 - 0{,}1) = 6 \cdot \tfrac{1}{3} \cdot 0{,}9$$

$$= \boxed{1{,}8\,\text{A h}}$$

Estado de carga final:

$$SoC_{fin} = 0{,}8 + \frac{1{,}8}{12} = \boxed{0{,}95}$$

c) Vida útil según temperatura:

$$\text{Vida}(45\,^\circ\text{C}) = 8 \cdot 2^{-(45-25)/10} = \frac{8}{4} = \boxed{2 \text{ años}}$$

$$\text{Vida}(35\,^\circ\text{C}) = 8 \cdot 2^{-1} = \boxed{4 \text{ años}}$$

d) Rendimiento de ciclo:

$$\eta_{ciclo} = 0{,}96 \cdot 0{,}97 = \boxed{0{,}931}$$

J. Fin de vida del banco de supercondensadores (0,75 p)

El banco del problema F (20 celdas en serie) debe cumplir el perfil del problema E durante toda su vida. Se considera fin de vida cuando $C = 80\,\%\,C_{ini}$ y $R_{ESR} = 2R_{ESR,ini}$.

a) ¿Cumple al final de vida el banco con el N_p del problema F? Calcular la tensión mínima del bus.

b) Calcular el N_p mínimo para que cumpla al final de vida y la masa resultante.

c) Interpretar: ¿qué margen de diseño supone respecto al caso nuevo?

Resolución.

a) Al final de vida:

$$C_{cel} = 0{,}8 \cdot 120 = 96\,\text{F} \qquad\qquad R_{cel} = 16\,\text{m}\Omega$$

Con $N_s = 20$, $N_p = 51$:

$$C_T = \frac{96 \cdot 51}{20} = 244{,}8\,\text{F} \qquad\qquad R_{sT} = \frac{16 \cdot 20}{51} = 6{,}27\,\text{m}\Omega$$

Al final del perfil:

$$v_{min} = 48 - \frac{1440}{244{,}8} - 0{,}00627 \cdot 8 = 48 - 5{,}882 - 0{,}050$$

$$= \boxed{42{,}07\,\text{V}} < 43{,}2$$

No cumple: el banco que sirve nuevo se queda corto al final de vida.

b) Condición:

$$\frac{1440}{C_T} + 8R_{sT} \le 4{,}8 \qquad C_T = \frac{96N_p}{20}, \quad R_{sT} = \frac{0{,}32}{N_p}\ (\Omega)$$

Resolviendo:

$$N_p \geq 63{,}06 \;\Rightarrow\; N_p = \boxed{64}$$

Con 63 ramas $v_{min} = 43{,}197\,\text{V} < 43{,}2$ (falla por 3 mV).

Con 64 ramas:

$$C_T = 307{,}2\,\text{F} \qquad\qquad R_{sT} = 5\,\text{m}\Omega$$

$$v_{min} = 48 - 4{,}6875 - 0{,}04 = \boxed{43{,}27\,\text{V}}\ \checkmark$$

Masa:

$$m = 20 \cdot 64 \cdot 16 = \boxed{20{,}48\,\text{kg}}$$

c) Dimensionar para fin de vida cuesta

$$\frac{64}{51} = 1{,}25 \text{ veces más celdas}$$

(+25 %, en esencia el 1/0,8 de la pérdida de capacidad); en este caso el aumento de la ESR apenas pesa. Si se dimensionara con el banco nuevo, a final de vida el bus bajaría por debajo del límite.

