Resoluciones

Gestión Electrónica de la Energía Eléctrica

T5 – Rectificadores e inversores

Máster Universitario en Ingeniería de la Energía

ETSI Minas y Energía

Hugo Torres Orejudo

Noviembre 2026

Elaborado con IA a partir del material de la asignatura. Material no oficial.

Índice general

Problema 1 2
Problema 2 3
Problema 3 5
Problema 4 6
Problema 5 8
Problema 6 10
Problema 7 12
Problema 8 14
Problema 9 16
Problema 10 18

Resolución paso a paso de los 10 problemas de `GEEE_T5_ejercicios`. Todos los números se han verificado con `calc_T5_ej.py` (incluida la THD por FFT numérica en el problema 5). Convenios: valores eficaces salvo indicación; $\varphi_n = \varphi_{v,n} - \varphi_{i,n}$; $\mathrm{THD} = \sqrt{\sum_{n\geq 2} I_n^2}/I_1$; $FP = P/S = K_d K_\varphi$ con tensión senoidal.

[REVISAR]

Convenio de fase. Algunas soluciones del curso escriben el desfase como $\varphi = \varphi_i - \varphi_v$ y otras como $\varphi_v - \varphi_i$; con tensión de referencia el signo de Q cambia. Aquí $\varphi = \varphi_v - \varphi_i$, así que carga inductiva $\Leftrightarrow \varphi > 0 \Leftrightarrow Q > 0$. El $FP = \cos\varphi_1/\sqrt{1+\mathrm{THD}^2}$ no depende del signo.

Problema 1 (0,75 p) – Diodo real y media onda sin filtro

Un diodo se modela con tensión de codo $V_\gamma = 0{,}65\,\mathrm{V}$ y resistencia directa $r_D = 0{,}25\,\Omega$. **a)** En serie con una fuente continua $E = 6\,\mathrm{V}$ y una resistencia $R = 10\,\Omega$, calcula la corriente, la tensión V_D, la potencia disipada en el diodo y el rendimiento P_R/P_E. **b)** Se sustituye E por $e(t) = 6\sin\omega t$ V (rectificador de media onda sin condensador): ángulo de conducción y corriente máxima. **c)** Valor medio de i_R con el diodo real (por integración analítica) y con el diodo ideal; diferencia relativa.

Resolución.

a) Modelo lineal del diodo:

$$I = \frac{E - V_\gamma}{R + r_D} = \frac{6 - 0{,}65}{10{,}25} = \boxed{0{,}522\,\mathrm{A}}$$

$$V_D = V_\gamma + r_D I = 0{,}65 + 0{,}25 \cdot 0{,}522 = \boxed{0{,}780\,\mathrm{V}}$$

Potencias:

$$P_D = V_D I = 0{,}407\,\mathrm{W} \qquad P_R = I^2 R = 2{,}724\,\mathrm{W}$$

$$P_E = EI = 3{,}132\,\mathrm{W} \qquad \eta = \frac{P_R}{P_E} = \boxed{87{,}0\,\%}$$

El 13 % restante lo disipa el diodo: $P_R + P_D = P_E$ cuadra.

b) El diodo conduce mientras $6\sin\omega t > V_\gamma$:

$$\theta_0 = \arcsin\frac{0{,}65}{6} = 6{,}22^\circ$$

Conduce de θ_0 a $\pi - \theta_0$:

$$\text{ángulo de conducción} = \boxed{167{,}6^\circ} \qquad (\approx 180^\circ \text{ del ideal})$$

Pico en $\omega t = 90°$:

$$I_{max} = \frac{6 - 0{,}65}{10{,}25} = \boxed{0{,}522\,\text{A}}$$

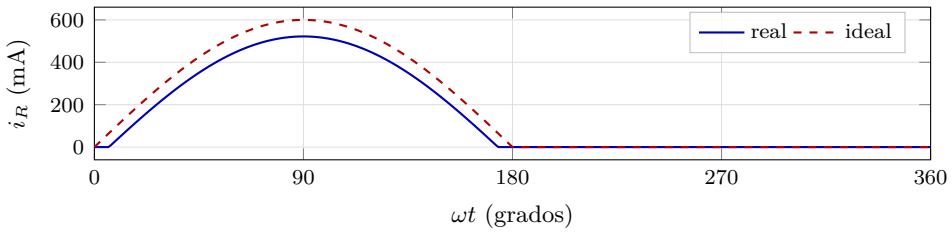


Figura 1. Problema 1: corriente de media onda con diodo real e ideal.

c) Valor medio de la corriente:

$$\begin{aligned}\langle i_R \rangle &= \frac{1}{2\pi}\int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \frac{6\sin\theta - V_\gamma}{R + r_D}\, d\theta \\ &= \frac{2\cdot 6\cos\theta_0 - V_\gamma(\pi - 2\theta_0)}{2\pi(R + r_D)} = \frac{11{,}930 - 1{,}629}{64{,}40} \\ &= \boxed{155{,}7\,\text{mA}}\end{aligned}$$

Integración numérica: 155,71 mA.

Caso ideal:

$$\langle i_R \rangle_{ideal} = \frac{V_p}{\pi R} = \boxed{190{,}99\,\text{mA}}$$

Diferencia:

$$\Delta = \frac{190{,}99 - 155{,}71}{190{,}99} = \boxed{18{,}5\,\%}$$

Con tensiones de pocos voltios, V_γ no es despreciable.

Problema 2 (1 p) – Media onda con condensador: rizado y ángulo de conducción

Una fuente de 15 V eficaces, 50 Hz alimenta, a través de un diodo ideal, el paralelo $C = 3300\,\mu\text{F}$ y $R = 68\,\Omega$. **a)** Tensión de pico V_p y comprobación de que $RC \gg T$. **b)** Con $I_o \approx V_p/R$: rizado ΔV_{pp} y tensión media V_{dc} aproximados. **c)** Ángulo θ_c en que empieza a conducir el diodo y ángulo de conducción aproximado. **d)** Corriente media del diodo y valor del pulso rectangular equivalente que repone la carga en el ángulo de conducción; compáralo con el pico real (resolución numérica) y comenta.

Resolución.

a) Tensión de pico y constante de tiempo:

$$V_p = 15\sqrt{2} = \boxed{21{,}21\,\text{V}} \qquad RC = 68 \cdot 3300\,\mu\text{F} = 0{,}2244\,\text{s}$$

Frente a $T = 20\,\text{ms}$: $RC/T = 11{,}2 \gg 1$ (la descarga es casi lineal).

b) Rizado y tensión media:

$$\Delta V_{pp} \simeq \frac{V_p}{RfC} = \frac{21{,}21}{68 \cdot 50 \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-3}}$$
$$= \boxed{1{,}89\,\text{V}} \qquad (8{,}9\ \%\ \text{de}\ V_p)$$

$$V_{\text{dc}} \simeq V_p - \frac{\Delta V_{pp}}{2} = \boxed{20{,}27\,\text{V}}$$

c) El diodo conduce desde que u_g alcanza la tensión del condensador hasta el pico:

$$\theta_{cond} \simeq \sqrt{\frac{2\Delta V_{pp}}{V_p}} = \sqrt{0{,}1782} = 0{,}422\,\text{rad}$$
$$= \boxed{24{,}2^\circ}$$

Empieza a conducir en:

$$\theta_c = 90^\circ - 24{,}2^\circ = \boxed{65{,}8^\circ}$$

Resolviendo la ecuación exacta $V_p e^{-(\theta-\pi/2)/\omega RC} = V_p \sin(\theta - 2\pi)$: $\theta_c = 66{,}9^\circ$, conducción $23{,}1^\circ$; la aproximación es buena.

d) $I_o = V_{\text{dc}}/R = 0{,}298\,\text{A}$ es también la media del diodo. La carga que debe reponerse cada ciclo es $I_o T$ y se entrega en $t_c = \theta_{cond}/\omega$ (pulso rectangular):

$$I_{eq} = \frac{I_o T}{t_c} = \frac{2\pi}{\theta_{cond}}\, I_o = \frac{2\pi}{0{,}422}\, 0{,}298$$
$$= \boxed{4{,}44\,\text{A}} \qquad (15\ \text{veces}\ I_o)$$

El pico real, $i_D = u/R + C\,du/dt$ evaluada en θ_c exacto, es

$$i_{D,pk} = \boxed{8{,}9\,\text{A}}$$

el doble: el pulso real es más bien triangular (empieza en el máximo y decae a cero al llegar al pico de tensión), con media igual a la del rectángulo.

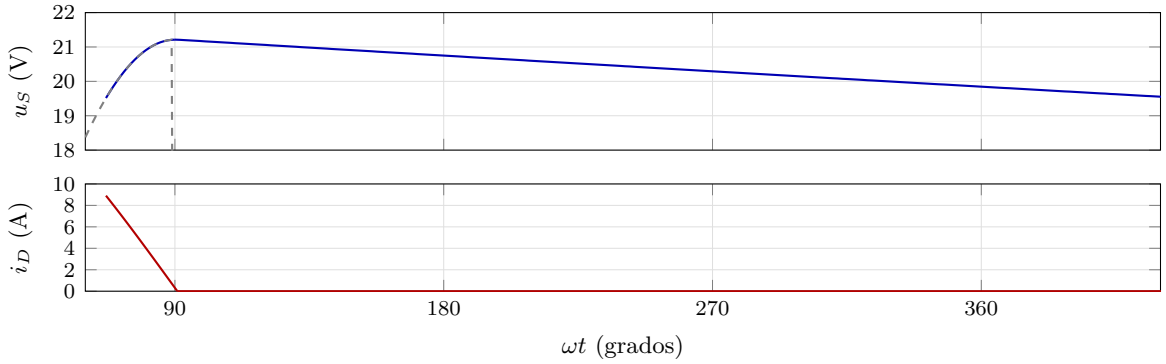


Figura 2. Problema 2: tensión del condensador (arriba, ampliada) y pulso de corriente del diodo (abajo).

Problema 3 (1 p) – Puente de Graetz: dimensionado del condensador

Un puente de diodos (ideales) alimentado con 24 V eficaces, 50 Hz carga una resistencia $R = 20\,\Omega$ con un condensador en paralelo. **a)** Capacidad mínima para que el rizado sea $\leq 5\,\%$ de V_p; compárala con la que haría falta en media onda. **b)** Frecuencia del rizado y tensión media V_{dc} con $C = 10\,\text{mF}$. **c)** Ángulo de conducción aproximado y razón entre la corriente de pico de cada diodo (resolución exacta) y la corriente media de carga. **d)** Estimación de V_{dc} si se usan diodos reales con $V_\gamma = 0{,}7\,\text{V}$ (dos diodos en conducción).

Resolución.

a) Puente: $f_r = 2f = 100\,\text{Hz}$.

$$\frac{\Delta V_{pp}}{V_p} = \frac{1}{R f_r C} \leq 0{,}05$$

$$C \geq \frac{1}{20 \cdot 100 \cdot 0{,}05} = \boxed{10\,\text{mF}}$$

En media onda $f_r = 50\,\text{Hz}$: $C \geq 20\,\text{mF}$, el doble. Esa es la razón de usar el puente.

b) Frecuencia de rizado y tensión de pico:

$$f_r = \boxed{100\,\text{Hz}} \qquad V_p = 24\sqrt{2} = 33{,}94\,\text{V}$$

$$\Delta V_{pp} = \frac{33{,}94}{20 \cdot 100 \cdot 10^{-2}} = 1{,}70\,\text{V}$$

$$V_{\text{dc}} \simeq 33{,}94 - 0{,}85 = \boxed{33{,}09\,\text{V}}$$

Valor medio exacto por integración numérica: 33,21 V.

c) Ángulo de conducción:

$$\theta_{cond} \simeq \sqrt{2 \cdot 0{,}05} = 0{,}316\,\text{rad}$$

$$= \boxed{18{,}1^\circ} \qquad (\text{exacto } 17{,}1^\circ)$$

Corriente de carga:

$$I_o = \frac{V_{\mathrm{dc}}}{R} = 1{,}65\,\mathrm{A}$$

Cada diodo conduce una vez por periodo de red, entregando la carga de medio periodo del rizado.

Pulso rectangular equivalente y pico real (corriente exacta en el instante de arranque, $u/R + C\,du/dt$):

$$I_{eq} = \frac{\pi I_o}{\theta_{cond}} = 16{,}4\,\mathrm{A}$$

$$I_{D,pk} = \underline{33{,}0\,\mathrm{A}} \qquad \frac{I_{D,pk}}{I_o} = \underline{\approx 20}$$

Por la regla del triángulo: $\approx 2\pi/\theta_{cond} = 19{,}9$. Los diodos deben dimensionarse por corriente de pico (y por I^2 eficaz), no por la media de carga.

d) Con dos diodos en serie en cada semiciclo:

$$V_p' = V_p - 2V_\gamma = 32{,}54\,\mathrm{V}$$

$$V_{\mathrm{dc}} \simeq V_p - 1{,}4 - \frac{\Delta V_{pp}}{2} = \underline{31{,}7\,\mathrm{V}}$$

Numérico exacto 31,8 V: se pierde un 4,2 %, apreciable en tensiones bajas.

Problema 4 (1,25 p) – Potencias con corriente no senoidal

Sobre una carga se mide $v(t) = 230\sqrt{2}\sin\omega t$ V (50 Hz) y $i(t) = 12\sin(\omega t + 40°) + 5\sin(3\omega t - 25°) + 3\sin(5\omega t + 15°) + 1{,}5\sin(7\omega t)$ A. **a)** Valores eficaces de cada armónico de corriente y de i. **b)** Potencia activa P. **c)** S, $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$, la reactiva fundamental Q_1 y la potencia de distorsión D. **d)** THD, K_d, K_φ y FP; comprueba $FP = \cos\varphi_1/\sqrt{1 + \mathrm{THD}^2}$. **e)** ¿La carga es inductiva o capacitiva a la frecuencia fundamental?

Resolución.

a) Eficaces por armónico, $I_n = \hat{I}_n/\sqrt{2}$:

$$I_1 = 8{,}485\,\mathrm{A}$$

$$I_3 = 3{,}536\,\mathrm{A}$$

$$I_5 = 2{,}121\,\mathrm{A}$$

$$I_7 = 1{,}061\,\mathrm{A}$$

Valor eficaz total:

$$I = \sqrt{\sum I_n^2} = \sqrt{72 + 12{,}5 + 4{,}5 + 1{,}125} = \boxed{9{,}493\,\text{A}}$$

b) La tensión sólo tiene fundamental, así que sólo I_1 da potencia:

$$\varphi_1 = \varphi_v - \varphi_{i,1} = 0 - 40^\circ = -40^\circ$$

$$P = V I_1 \cos\varphi_1 = 230 \cdot 8{,}485 \cdot \cos 40^\circ = \boxed{1495\,\text{W}}$$

c) Potencias aparente y reactiva:

$$S = VI = 230 \cdot 9{,}493 = \boxed{2183\,\text{VA}} \qquad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \boxed{1591\,\text{VAr}}$$

$$Q_1 = V I_1 \sin\varphi_1 = \boxed{-1254\,\text{VAr}} \qquad \text{(capacitiva)}$$

Potencia de distorsión:

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_1^2} = \sqrt{1591{,}4^2 - 1254{,}5^2} = \boxed{979\,\text{VAr}}$$

Aquí $Q^2 = Q_1^2 + D^2$ porque V es senoidal.

d) Distorsión y factor de potencia:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{I_3^2 + I_5^2 + I_7^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{18}}{8{,}485} = \boxed{50{,}2\,\%}$$

$$K_d = \frac{I_1}{I} = \boxed{0,894} \qquad K_\varphi = \cos\varphi_1 = \boxed{0,766}$$

$$FP = K_d K_\varphi = \boxed{0,685}$$

Comprobación: $\dfrac{\cos 40^\circ}{\sqrt{1 + 0{,}5017^2}} = 0{,}685$ y $P/S = 1495/2183 = 0{,}685$.

e) La corriente fundamental *adelanta* 40° a la tensión ($\varphi_1 < 0$, $Q_1 < 0$): carga **capacitiva** a la frecuencia fundamental.

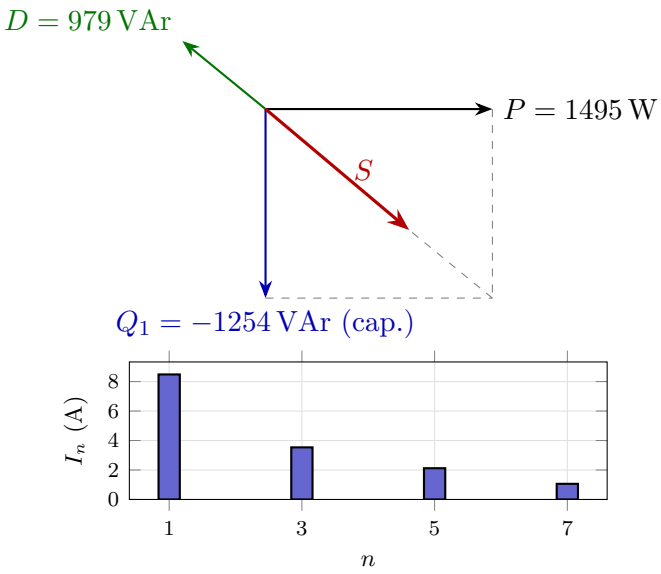


Figura 3. Problema 4: descomposición de S (P, Q_1 y D mutuamente ortogonales, a escala orientativa) y espectro de corriente.

Problema 5 (1,25 p) – Rectificador con corriente cuasi-cuadrada y condensador de entrada

Un generador de 230 V eficaces, 50 Hz alimenta un rectificador que absorbe una corriente de pulsos de amplitud $\pm A = \pm 25\,\text{A}$ y anchura $2\pi/3$, centrados en los picos de v (huecos de $\alpha = \pi/6$ a cada lado de los pasos por cero). Su rendimiento es $\eta = 94\,\%$ y la batería de salida es de 400 V. Serie dada: $x(t) = \sum_{n\ \text{impar}} \frac{4A}{\pi n}\cos(n\alpha)\sin(n\omega t)$. **a)** Potencia activa del rectificador, del generador y corriente de la batería. **b)** FP y THD vistos por el generador con el rectificador solo; ¿qué armónicos faltan? **c)** FP y THD si se coloca $C_f = 100\,\mu\text{F}$ en paralelo con el generador.

Resolución.

a) Eficaz del armónico n:

$$I_n = \frac{4A\cos n\alpha}{\pi n\sqrt{2}}$$

Fundamental, en fase con v (pulsos centrados en los picos):

$$I_1 = \frac{4\cdot 25\cos 30^\circ}{\pi\sqrt{2}} = 19{,}49\,\text{A}$$

El rectificador absorbe del generador (sin C_f no hay otros elementos):

$$P = VI_1 = 230\cdot 19{,}49 = \boxed{4483\,\text{W}}$$

A la batería llega:

$$\eta P = \underline{4214\,\text{W}} \qquad\qquad I_{bat} = \frac{4214}{400} = \underline{10{,}54\,\text{A}}$$

b) Corriente eficaz y aparente:

$$I = A\sqrt{1 - \frac{2\alpha}{\pi}} = 25\sqrt{2/3} = 20{,}41\,\text{A}$$

$$S = 230 \cdot 20{,}41 = 4695\,\text{VA}$$

Factor de potencia y distorsión:

$$FP = \frac{P}{S} = \underline{0,955} \qquad (= K_d = I_1/I,\ \text{pues}\ \varphi_1 = 0)$$

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1} = \underline{31{,}1\,\%}$$

La FFT numérica de la onda da 31,08 %. Faltan los **armónicos pares** (simetría de media onda) y los **múltiplos de 3** ($\cos n\pi/6 = 0$ para $n = 3, 9, 15, \ldots$); quedan 1, 5, 7, 11, 13 …con:

$$I_5 = 3{,}90\,\text{A}$$

$$I_7 = 2{,}78\,\text{A}$$

$$I_{11} = 1{,}77\,\text{A}$$

$$I_{13} = 1{,}50\,\text{A}$$

c) El condensador en paralelo con el generador sólo cambia la *corriente del generador*:

$$\begin{aligned} \omega C_f V &= 2\pi 50 \cdot 10^{-4} \cdot 230 \\ &= 7{,}23\,\text{A} \qquad (\text{adelantada } 90^\circ) \end{aligned}$$

$$\mathbf{I}_C = j\omega C_f \mathbf{V}$$

Fundamental de la corriente del generador:

$$\mathbf{I}_{g,1} = 19{,}49 + j7{,}23 = 20{,}79\angle 20{,}3^\circ\ \text{A}$$

Los armónicos $n \geq 2$ no cambian (la fuente ideal impone V senoidal, así que C_f no absorbe armónicos de la fuente).

Corriente eficaz del generador:

$$I_g = \sqrt{20{,}79^2 + (20{,}41^2 - 19{,}49^2)} = 21{,}65\,\text{A}$$

P no cambia:

$$FP = \frac{4483}{230 \cdot 21{,}65} = \boxed{0,900}$$

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{I_g^2 - I_{g,1}^2}}{I_{g,1}} = \boxed{29{,}1\,\%}$$

$$K_\varphi = \cos 20{,}3^\circ = 0{,}938$$

Comentario: la THD baja porque crece el fundamental, pero el FP **empeora** ($0{,}955 \to 0{,}900$): el condensador añade reactiva y el K_φ cae de 1 a 0,938. THD baja no implica mejor FP.

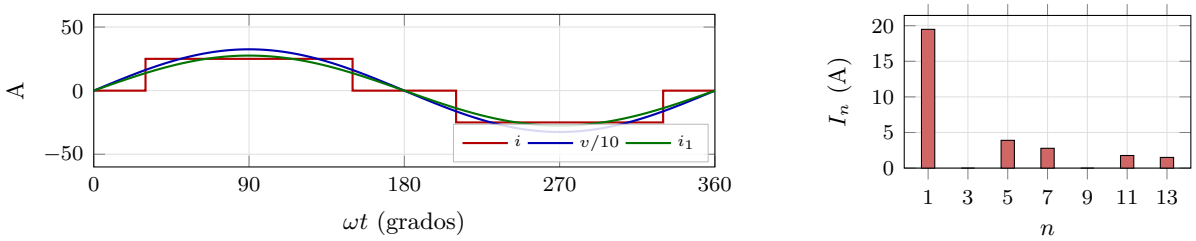


Figura 4. Problema 5: corriente de pulsos, tensión y fundamental; espectro (eficaz).

Problema 6 (1 p) – Inversor en puente completo de onda cuadrada y filtro LC

Un puente completo con bus $V_{in} = 255\,\text{V}$ conmuta a $f_o = 50\,\text{Hz}$ (conmutación a baja frecuencia) y alimenta una carga $R = 23\,\Omega$ a través de un filtro L serie y C en paralelo con la carga. **a)** Valor eficaz de la fundamental y de los armónicos 3, 5 y 7 de v_o, y THD (valor exacto). **b)** Dimensiona L y C para $f_c = 100\,\text{Hz}$ con factor de calidad de carga $Q = R/Z_0 = 1/\sqrt{2}$. **c)** Módulo de la ganancia a 50, 150 y 250 Hz, tensión eficaz de salida de cada armónico y THD de v_{out} (incluye todos los armónicos). **d)** Comenta por qué el resultado es poco satisfactorio y qué alternativa existe.

Resolución.

a) Onda cuadrada $\pm V_{in}$:

$$V_n = \frac{4V_{in}}{\pi n\sqrt{2}} = \frac{0{,}9003V_{in}}{n}$$

Con $V_{in} = 255$:

$$V_1 = \boxed{229{,}6\,\text{V}}$$

$$V_3 = \boxed{76{,}5\,\text{V}}$$

$$V_5 = \boxed{45{,}9\,\text{V}}$$

$$V_7 = \boxed{32{,}8\,\text{V}}$$

Valor eficaz y distorsión:

$$V_{o,\text{ef}} = V_{in}$$

$$\text{THD} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = \boxed{48{,}3\,\%}$$

Sólo con 3, 5 y 7 saldría 41,4 %: los armónicos altos también cuentan.

b) Frecuencia de corte:

$$\omega_c = 2\pi 100 = 628{,}3\,\text{rad/s}$$

De $Q = R\sqrt{C/L}$ y $\omega_c^2 = 1/LC$:

$$C = \frac{Q}{R\omega_c} = \frac{0{,}7071}{23 \cdot 628{,}3} = \boxed{48{,}9\,\mu\text{F}}$$

$$L = \frac{R}{Q\omega_c} = \frac{23}{0{,}7071 \cdot 628{,}3} = \boxed{51{,}8\,\text{mH}}$$

c) Respuesta del filtro, con $x = f/f_c$:

$$|H| = \left[(1-x^2)^2 + (x/Q)^2\right]^{-1/2}$$

$$|H(50)| = 0{,}970\angle -43{,}3^\circ$$

$$|H(150)| = 0{,}406$$

$$|H(250)| = 0{,}158$$

Salidas:

$$V_{1,out} = 222{,}7\,\text{V}$$

$$V_{3,out} = 31{,}1\,\text{V}$$

$$V_{5,out} = 7{,}25\,\text{V}$$

$$V_{7,out} = 2{,}67\,\text{V}$$

(9º: 1,26; 11º: 0,69). Sumando todos los armónicos:

$$\text{THD}_{out} = 14{,}4\,\% \qquad\qquad V_{out,\text{ef}} = 225{,}0\,\text{V}$$

d) Es poco satisfactorio porque $f_c = 2f_o$: el filtro necesita estar tan cerca de la fundamental que (i) atenúa y desfasa la fundamental (0,97, $-43°$) y (ii) apenas atenúa el 3er armónico (0,41): se pasa de 48 % a 14 %, lejos de un 5 %.

Con baja frecuencia de conmutación no hay margen entre f_o y los armónicos. Alternativas: **PWM de alta frecuencia** (los armónicos pasan a $\approx f_{sw}$ y f_c se coloca entre f_o y f_{sw}) o, a baja frecuencia, la cuasi-cuadrada con $\alpha = 30°$ que anula el 3er (THD 31 %, $V_1 = 0{,}78V_{in}$).

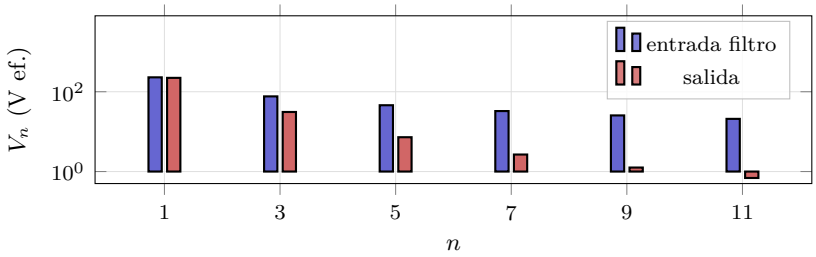


Figura 5. Problema 6: espectro antes y después del filtro (escala logarítmica).

Problema 7 (1 p) – Inversor PWM de alta frecuencia y filtro de salida

Un puente completo con $V_{in} = 350\,\text{V}$ se modula con PWM senoidal bipolar de índice $m_a = 0{,}8$, $f_{sw} = 10\,\text{kHz}$ y $f_o = 50\,\text{Hz}$; carga $R = 20\,\Omega$. **a)** Amplitud y valor eficaz de la fundamental y cociente f_{sw}/f_o. **b)** Diseña el filtro LC (con $Q = R/Z_0 = 1/\sqrt{2}$) para atenuar 40 dB el armónico en f_{sw}: f_c, L y C. **c)** El armónico de f_{sw} antes del filtro vale $\frac{4}{\pi}J_0\!\left(\frac{\pi m_a}{2}\right)V_{in}$ ($\approx 0{,}82\,V_{in}$ de pico): calcula su valor a la salida y su cociente respecto a la fundamental. **d)** Ganancia del filtro a f_o: ¿hay que corregir m_a?

Resolución.

a) Fundamental de salida del inversor:

$$\hat{V}_{o1} = m_a V_{in} = 0{,}8 \cdot 350 = \underline{280\,\text{V}} \qquad \text{(pico)}$$

$$V_{1,\text{ef}} = \frac{280}{\sqrt{2}} = \underline{198{,}0\,\text{V}}$$

$$\frac{f_{sw}}{f_o} = \underline{200}$$

Los armónicos están en $200 f_o \pm$ múltiplos de f_o, alrededor de 10 kHz.

b) Por encima de f_c el filtro cae a -40 dB por década: $|H(f_{sw})| \approx (f_c/f_{sw})^2$. Para -40 dB $(= 0{,}01)$:

$$f_c = \frac{f_{sw}}{10} = \underline{1\,\text{kHz}}$$

Con $Q = 1/\sqrt{2}$ exacto, $|H| = [1 + (f/f_c)^4]^{-1/2}$ da $f/f_c = 9{,}9997$.

Con $\omega_c = 6283\,\text{rad/s}$:

$$L = \frac{R}{Q\omega_c} = \underline{4{,}50\,\text{mH}}$$

$$C = \frac{Q}{R\omega_c} = \underline{5{,}63\,\mu\text{F}}$$

Se cumple $f_o \ll f_c \ll f_{sw}$ (50 Hz $\ll$ 1 kHz $\ll$ 10 kHz).

c) Armónico de conmutación:

$$J_0(\pi m_a/2) = J_0(1{,}2566) = 0{,}6425$$

$$\hat{V}_{sw} = \frac{4}{\pi} J_0 V_{in} = 1{,}2732 \cdot 0{,}6425 \cdot 350$$
$$= 286{,}3\,\text{V} \qquad (0{,}818 V_{in})$$

Salida:

$$\hat{V}_{sw,out} = 286{,}3 \cdot 0{,}01$$
$$= \underline{2{,}86\,\text{V}} \qquad \text{(pico; 2,02 V eficaces)}$$

$$\frac{2{,}86}{280} = \underline{1{,}02\,\%} \qquad \text{(respecto a la fundamental de salida)}$$

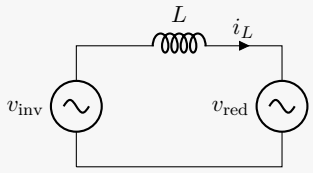
d) Respuesta del filtro a f_o, con $x = 0{,}05$:

$$|H(f_o)| = \left[(1 - x^2)^2 + (x/Q)^2\right]^{-1/2} = 0{,}999997 \angle -4{,}05^\circ$$

La ganancia es 1 a efectos prácticos: **no hace falta corregir** m_a; sólo hay un desfase de 4°, relevante si el inversor está sincronizado con la red.

Problema 8 (1 p) – Inversor de onda cuadrada conectado a red mediante una bobina

Inversor con $V_{DC} = 300\,\text{V}$ (onda cuadrada $\pm V_{DC}$) conectado a la red de 230 V eficaces, 50 Hz a través de $L = 6\,\text{mH}$. La onda cuadrada va adelantada $\varphi = 6°$ respecto a la tensión de red. **a)** Valor eficaz de los armónicos 1 y 3 de i_L. **b)** Potencia entregada a la red. **c)** FP y THD vistos por la red (con esos dos armónicos). **d)** V_{DC} necesaria para anular la reactiva fundamental con el mismo φ, y nueva P. **e)** Signo de P si $\varphi = -6°$.



Resolución.

Tomando $V_{red} = 230\angle 0°$:

$$X_1 = \omega L = 2\pi 50 \cdot 6\,\text{mH} = 1{,}885\,\Omega$$

Armónicos de la cuadrada, $V_{inv,n} = \dfrac{4V_{DC}}{\pi n\sqrt{2}}$:

$$V_{inv,1} = 270{,}1\,\text{V}\angle 6°$$
$$V_{inv,3} = 90{,}0\,\text{V}$$

a) Fundamental:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{V_{inv,1}\angle 6° - 230}{jX_1} = \frac{(268{,}6 + j28{,}2) - 230}{j1{,}885}$$
$$= 25{,}38\,\text{A}\angle -53{,}8°$$

$$I_1 = \underline{25{,}4\,\text{A}}$$

3er armónico: la red (ideal, senoidal) es un cortocircuito para $n \geq 2$:

$$I_3 = \frac{V_{inv,3}}{3X_1} = \frac{90{,}0}{5{,}655} = \underline{15{,}9\,\text{A}}$$

b) Potencia activa:

$$P = V_{red} I_1 \cos\varphi_1 = \frac{V_{red} V_{inv,1} \sin\delta}{X_1}$$
$$= \frac{230 \cdot 270{,}1 \sin 6°}{1{,}885} = \underline{3445\,\text{W}}$$

Los armónicos no dan potencia (la red no tiene tensión 3ª). Comprobación: $230 \cdot 25{,}38 \cos 53{,}8° = 3445$ W.

c) Corriente eficaz y aparente:

$$I = \sqrt{25{,}38^2 + 15{,}92^2} = 29{,}96\,\text{A} \qquad S = 230 \cdot 29{,}96 = 6891\,\text{VA}$$

Factor de potencia y distorsión:

$$FP = \frac{P}{S} = \boxed{0,500} \qquad \text{THD} = \frac{I_3}{I_1} = \boxed{62{,}7\,\%}$$

$$K_d = 0{,}847 \qquad K_\varphi = \cos 53{,}8° = 0{,}590$$

$$Q_1 = +4712\,\text{VAr}$$

La red ve una carga inductiva. Con todos los armónicos de la cuadrada, la THD llegaría a 68,4 %.

d) Para $\mathbf{I}_1$ en fase con V_{red} hace falta $V_{inv,1} \cos\delta = V_{red}$:

$$V_{inv,1} = \frac{230}{\cos 6°} = 231{,}3\,\text{V}$$

Como $V_{inv,1} = 0{,}9 V_{DC}$:

$$V_{DC} = \boxed{256{,}9\,\text{V}}$$

Entonces:

$$I_1 = \frac{V_{red} \tan\delta}{X_1} = 12{,}82\,\text{A}$$

$$P = \frac{V_{red}^2 \tan\delta}{X_1} = \boxed{2950\,\text{W}}$$

Es menos que antes, pero sin reactiva; el 3er armónico $V_3/(3X_1) = 13{,}6$ A sigue ahí, así que la THD sube a 106 %.

e) Con $\varphi = -6°$:

$$P = \frac{V_{red} V_{inv,1} \sin(-6°)}{X_1} = \boxed{-3445\,\text{W}}$$

El flujo se invierte: la red entrega potencia al lado continuo (el puente trabaja como rectificador). El mismo montaje actúa de inversor o rectificador según el signo de δ.

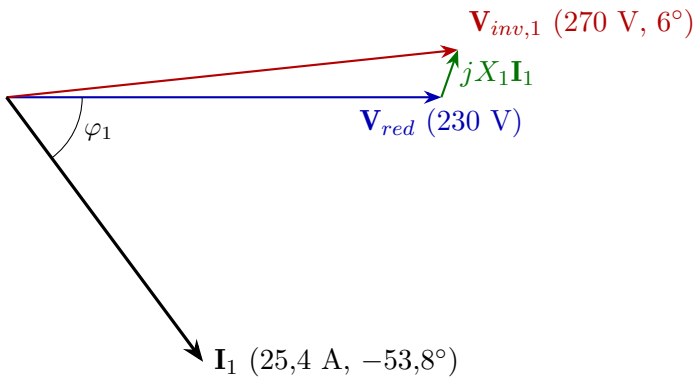


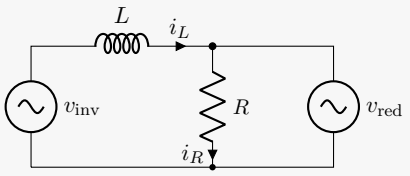
Figura 6. Problema 8: diagrama fasorial del fundamental (escala orientativa para $\mathbf{I}_1$).

[REVISAR]

Signo de δ. Las soluciones del curso hablan de "adelanto" sin precisar si es de v_{inv} sobre v_{red}; aquí $\delta > 0$ significa v_{inv} adelantada, lo que da $P > 0$ (inversor → red). Atención al leer figuras ajenas: un desfase medido como $\varphi_i - \varphi_v$ invierte el signo del resultado, no su módulo.

Problema 9 (1,25 p) – Inversor con armónicos, L serie y R en paralelo con la red

Una batería de 450 V alimenta un inversor ($\eta_{inv} = 95\,\%$) que impone $v_{\text{inv}} = 420\sin(\omega t + 25°) + 42\sin 3\omega t + 14\sin 5\omega t$ V. La red es $v_{\text{red}} = 230\sqrt{2}\sin\omega t$ V, 50 Hz; $\omega L = 2{,}5\,\Omega$ a 50 Hz y $R = 60\,\Omega$. **a)** Valor eficaz de i_L. **b)** Corriente de red por armónicos y su valor eficaz. **c)** P_R, P_{red}, P_{inv} y corriente de la batería. **d)** FP y THD vistos por la red; descompón el FP en K_d y K_φ.



Resolución.

Datos: $X_1 = 2{,}5\,\Omega$, $V_{red} = 230\angle 0°$. Fasores eficaces del inversor:

$$V_1 = \frac{420}{\sqrt{2}}\angle 25° = 297{,}0\angle 25°\ \text{V}$$

$$V_3 = \frac{42}{\sqrt{2}} = 29{,}7\ \text{V} \qquad V_5 = \frac{14}{\sqrt{2}} = 9{,}9\ \text{V}$$

La red impone $V = 0$ para $n \geq 2$ (cortocircuito), de modo que R sólo conduce el fundamental:

$$I_R = \frac{230}{60} = 3{,}83\,\text{A}$$

a) Corrientes por la bobina:

$$\mathbf{I}_{L,1} = \frac{297{,}0\angle 25° - 230}{j2{,}5} = 52{,}59\,\text{A}\angle -17{,}3°$$

$$I_{L,3} = \frac{29{,}7}{3 \cdot 2{,}5} = 3{,}96\,\text{A}$$

$$I_{L,5} = \frac{9{,}9}{5 \cdot 2{,}5} = 0{,}79\,\text{A}$$

Valor eficaz total:

$$I_L = \sqrt{52{,}59^2 + 3{,}96^2 + 0{,}79^2} = \boxed{52{,}75\,\text{A}}$$

b) Corriente de red:

$$\mathbf{I}_{red,1} = \mathbf{I}_{L,1} - \mathbf{I}_R = 48{,}95\,\text{A}\angle -18{,}7°$$

$$I_{red,3} = 3{,}96\,\text{A} \qquad I_{red,5} = 0{,}79\,\text{A}$$

Toda la corriente armónica va a la red.

$$I_{red} = \boxed{49{,}11\,\text{A}}$$

c) Potencia en la resistencia:

$$P_R = \frac{V_{red}^2}{R} = \boxed{881{,}7\,\text{W}}$$

Potencia entregada a la red:

$$P_{red} = V_{red} I_{red,1} \cos 18{,}66° = \boxed{10\,665\,\text{W}}$$

Potencia del inversor:

$$P_{inv} = V_1 I_{L,1} \cos(25° + 17{,}33°) = 11\,547\,\text{W} = P_R + P_{red}$$

La bobina ideal no disipa (comprobado).

Batería:

$$P_{bat} = \frac{P_{inv}}{\eta} = 12\,155\,\text{W} \qquad I_{bat} = \frac{12155}{450} = \boxed{27{,}0\,\text{A}}$$

d) Potencia aparente:

$$S = 230 \cdot 49{,}11 = 11\,296\,\text{VA}$$

Factor de potencia y distorsión:

$$FP = \frac{P_{red}}{S} = \boxed{0,944}$$

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{3{,}96^2 + 0{,}79^2}}{48{,}95} = \boxed{8{,}25\,\%}$$

$$K_d = \frac{48{,}95}{49{,}11} = 0{,}997 \qquad K_\varphi = \cos 18{,}66^\circ = 0{,}947$$

$$K_d K_\varphi = 0{,}944 \quad \text{(coherente)} \qquad Q_1 = 3603\,\text{VAr}$$

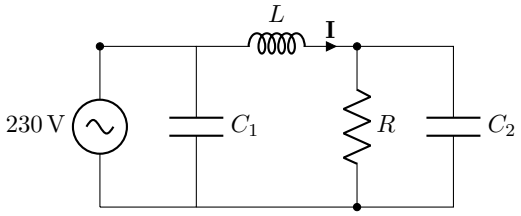
$$D = 929\,\text{VAr}$$

Nota. R en paralelo con la red no cambia K_d ni la THD respecto a i_L, solo el fundamental: la corriente armónica es la misma (V_n/nX_1); por eso el fundamental, mucho mayor, domina y la THD es pequeña.

Problema 10 (0,5 p) – Dimensionado de R, C_1, C_2 y L

Fuente de 230 V eficaces, 50 Hz con C_1 en paralelo; después L en serie y, al final, C_2 en paralelo con R. Calcula R, C_1, C_2 y L para que $P_R = 800\,\text{W}$, $Q_{C1} = 600\,\text{VAr}$, $Q_{C2} = 400\,\text{VAr}$ (capacitivas) y $Q_L = 1500\,\text{VAr}$. Da también P, Q y FP vistos por la fuente.

Resolución.



La rama $L + (C_2 \parallel R)$ tiene potencia compleja (la bobina consume 1500 VAr y C_2 aporta 400):

$$\mathbf{S}_b = P_R + j(Q_L - Q_{C2}) = 800 + j(1500 - 400) = 800 + j1100\ \text{VA}$$

Con la fuente $V = 230$ V:

$$I = \frac{|S_b|}{V} = \frac{1360{,}1}{230} = 5{,}914\,\text{A}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{S}_b^*}{V} = \frac{800 - j1100}{230}$$

Inductancia:

$$X_L = \frac{Q_L}{I^2} = \frac{1500}{5{,}914^2} = 42{,}89\,\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \boxed{136{,}5\,\text{mH}}$$

Tensión en $R \parallel C_2$:

$$\mathbf{V}_o = \mathbf{V} - jX_L\mathbf{I}$$

$$|V_o| = 151{,}2\,\text{V}$$

Resistencia y segundo condensador:

$$R = \frac{V_o^2}{P_R} = \boxed{28{,}6\,\Omega} \qquad X_{C2} = \frac{V_o^2}{Q_{C2}} = 57{,}2\,\Omega$$

$$C_2 = \boxed{55{,}7\,\mu\text{F}}$$

C_1 está en paralelo con la fuente:

$$C_1 = \frac{Q_{C1}}{\omega V^2} = \frac{600}{314{,}16 \cdot 230^2} = \boxed{36{,}1\,\mu\text{F}}$$

Vista por la fuente:

$$P = \boxed{800\,\text{W}}$$

$$Q = Q_L - Q_{C2} - Q_{C1} = 1500 - 400 - 600 = \boxed{+500\,\text{VAr}} \qquad \text{(inductiva)}$$

$$S = 943{,}4\ \text{VA}$$

$$FP = \frac{800}{943{,}4} = \boxed{0,848}\ \text{inductivo}$$

$$I_s = 4{,}10\ \text{A}$$

Comprobación: $P_R = V_o^2/R = 800$ W y $Q_L = X_L I^2 = 1500$ VAr.